CONTENTS

紧跟新课标(最新修订版)
精准契合新考情

目录

第一章 集合、常用逻辑用语与不等式

1.1 集合 …… 知识清单 … 2
考点清单
考点 集合及其运算 …… 3
- 角度1 集合间的基本关系/3
- 角度2 集合的运算/3
- 角度3 容斥原理/4
- 角度4 创新题/4

1.2 常用逻辑用语 …… 知识清单
考点清单
考点1 充分条件与必要条件 …… 5
- 角度1 充分、必要条件的判断/5
- 角度2 已知充分、必要条件求参数范围/6

考点2 含有量词的命题 …… 6
- 角度1 命题的否定/6
- 角度2 含有量词的命题的真假/6
- 角度3 含有量词的命题的应用/6

1.3 不等式的性质与解法 …… 知识清单 … 7
考点清单
考点1 不等式的性质 …… 8
- 角度1 不等式的基本性质/8
- 角度2 两个数(式)的大小比较/8
- 角度3 利用不等式的性质求取值范围/8

考点2 不等式的解法 ……
- 角度1 一元二次不等式的解法/8
- 角度2 一元二次不等式恒成立问题

1.4 基本不等式 …… 知识清单 … 10
考点清单
考点1 利用基本不等式求最值 …… 10
- 角度1 直接法/10
- 角度2 配凑法/10
- 角度3 常数代换法/11
- 角度4 消元法/11

考点2 基本不等式的综合应用
- 角度1 与基本不等式有关
问题/11
- 角度2 基本不等式的实际应用/12
- 角度3 基本不等式与其他知识交汇的最值问题/12

第二章 函数及其性质

2.1 函数的概念及表示 …… 知识清单 … 14
考点清单
考点1 函数的概念及表示 …… 14
- 角度1 函数的概念/14
- 角度2 求函数的解析式/15

考点2 分段函数 …… 15

2.2 函数的单调性和最值 …… 知识清单 … 16
考点清单
考点1 函数的单调性 …… 17
- 角度1 单调性的判断/17
- 角度2 利用单调性比较大小/17
- 角度3 利用单调性解函数不等式/17
- 角度4 利用单调性求参数/18

考点2 函数的最值(值域) …… 18

2.3 函数的奇偶性、周期性和对称性 ……
…… 知识清单 … 19
考点清单
考点1 函数的奇偶性 …… 20
- 角度1 判断奇偶性
- 角度2 利用奇偶性求值(或求解析式)/20
- 角度3 奇偶性与单调性/21

考点2 函数的周期性和对称性 …… 21
- 角度1 周期的判定及应用/21
- 角度2 单调性与对称性/21
- 角度3 奇偶性与对称性/21
- 角度4 对称性与周期性/22
- 角度5 函数性质的综合运用/22

2.4 二次函数与幂函数 …… 知识清单 … 23
考点清单
考点1 二次函数 …… 24
- 角度1 二次函数的图象与解析式/24
- 角度2 二次函数的性质/24

考点2 幂函数 …… 25
- 角度1 幂函数的图象/25
- 角度2 幂函数的性质/25

2.5 指数函数与对数函数 …… 知识清单 … 26
考点清单
考点1 指数与对数运算 …… 27
- 角度1 指数运算/27
- 角度2 对数运算/28

考点2 指数函数 …… 28
- 角度1 指数函数的图象及应用/28
- 角度2 指数(型)函数的性质及应用/28

考点3 对数函数 …… 28
- 角度1 对数函数的图象及应用/28
- 角度2 对数(型)函数的性质及应用/29
- 角度3 幂、指、对的大小比较/29

2.6 函数的图象 …… 知识清单 … 30
考点清单
考点 函数图象的识辨和应用 …… 31
- 角度1 作函数图象/31
- 角度2 函数图象的识辨/31
- 角度3 函数图象的应用/31

2.7 函数的零点与方程的根 …… 知识清单 … 32
考点清单
考点 函数的零点 …… 33
- 角度1 判断零点所在区间/33
- 角度2 判断零点个数/33
- 角度3 已知函数零点求参数/33

2027版
53高考总复习
A版
数学
精讲册

2.8 函数的模型及应用 …… 知识清单 … 34
考点清单
考点 函数模型 …… 34
- 角度1 已知函数模型的实际问题/34
- 角度2 构造函数模型的实际问题/35

第三章 导数及其应用

3.1 导数的概念及运算 …… 知识清单 … 37
考点清单
考点1 导数的概念及运算 …… 38
考点2 曲线的切线 …… 38
- 角度1 在某点处的切线问题/38
- 角度2 过某点的切线问题/38
- 角度3 公切线问题/38

3.2 导数与函数的单调性、极值和最值 …… 知识清单 … 39
考点清单
考点1 导数与函数的单调性 …… 40
- 角度1 利用导数求不含参函数的单调性/40
- 角度2 利用导数求含参函数的单调性/41
- 角度3 已知函数的单调性求参数/41

考点2 导数与函数的极(最)值 …… 41
- 角度1 利用导数解决函数极值问题/41
- 角度2 利用导数解决函数最值问题/42

3.3 导数的综合应用 …… 43
考点清单
考点1 利用导数证明不等式 …… 43
- 角度1 构造函数证明不等式/43
- 角度2 利用导数解决不等式恒(能)成立问题/44
- 角度3 适当放缩证明不等式/44

考点2 利用导数研究函数零点 …… 45
- 角度1 函数零点个数的判断或证明/45
- 角度2 根据函数的零点个数求参数范围/45
- 角度3 隐零点问题/46

高考热点1 三次函数的性质综合 …… 47
类型1 三次函数的图象与性质 …… 48
类型2 三次函数的极(最)值问题 …… 48
类型3 三次函数的零点问题 …… 48
类型4 三次函数的切线问题 …… 48

高考热点2 导数中的构造问题 …… 49
类型1 导数中原函数与导函数的混合构造 …… 49
类型2 导数中的指对同构问题 …… 50

高考热点3 导数中的双变量问题 …… 51
类型1 双变量地位等同同构思想 …… 51
类型2 等量代换 …… 51
类型3 极值点偏移 …… 53

第四章 三角函数与解三角形

4.1 三角函数的概念、同角三角函数的基本关系及诱导公式 …… 知识清单 … 55
考点清单
考点1 三角函数的概念和同角三角函数的基本关系 …… 56
- 角度1 三角函数的定义及应用/56
- 角度2 同角三角函数基本关系的应用/56

考点2 诱导公式 …… 56

4.2 三角恒等变换 …… 知识清单 … 57
考点清单
考点 三角恒等变换 …… 58
- 角度1 三角函数式的化简/58
- 角度2 三角函数的求值/58

4.3 三角函数的图象与性质 …… 知识清单 … 59
考点清单
考点1 三角函数的图象及其变换 …… 60
- 角度1 根据三角函数图象求解析式或值/60
- 角度2 三角函数图象变换/61

考点2 三角函数的性质 …… 61
- 角度1 单调性及其应用/61
- 角度2 奇偶性及其应用/62
- 角度3 周期性及其应用/62
- 角度4 对称性及其应用/62

高考热点4 三角函数中 ω 的范围问题 …… 63
类型1 利用三角函数的单调性或单调区间求 ω 的范围 …… 63
类型2 利用三角函数的对称性求 ω 的范围 …… 63
类型3 利用三角函数的零点求 ω 的范围 …… 64
类型4 利用三角函数的极值(最值)求 ω 的范围 …… 64

4.4 解三角形 …… 知识清单 … 65
考点清单
考点1 利用正弦、余弦定理解三角形 …… 66
- 角度1 利用正弦、余弦定理求基本量/66
- 角度2 判断三角形形状/66
- 角度3 确定三角形解的个数/67

考点2 解三角形及其综合应用 …… 67
- 角度1 三角形中的最值和范围问题/67
- 角度2 解三角形的实际应用/68

高考热点5 三角形中的“爪型”模型 …… 69
类型1 “爪型”三角形——角平分线模型 …… 69
类型2 “爪型”三角形——中线模型 …… 70
类型3 “爪型”三角形——高线模型 …… 70

第五章 平面向量与复数

5.1 平面向量的概念、线性运算、基本定理及坐标表示 …… 知识清单 … 72
考点清单
考点1 平面向量的概念及线性运算 …… 73
- 角度1 平面向量的概念/73
- 角度2 平面向量的线性运算/73

考点2 共线向量定理及其应用 …… 73
考点3 平面向量基本定理及坐标表示 …… 74
- 角度1 平面向量基本定理/74
- 角度2 平面向量的坐标运算/74

5.2 平面向量的数量积 …… 知识清单 … 75
考点清单
考点1 平面向量的数量积 …… 76
考点2 平面向量数量积的应用 …… 76

5.3 复数 …… 知识清单 … 77
考点清单
考点1 复数的概念及几何意义 …… 78
考点2 复数的运算 …… 78

第六章 数列

6.1 数列的概念及表示 …… 知识清单 … 80

考点清单
- 考点1 数列的概念和性质 …… 81
  - 角度1 数列的单调性/81
  - 角度2 数列的周期性/81
  - 角度3 数列的最值/81
- 考点2 数列的通项公式 …… 81
  - 角度1 由 a_n 与 S_n 的关系求通项公式/81
  - 角度2 由数列的递推关系求通项公式/81

6.2 等差数列 …… 知识清单 … 83

考点清单
- 考点1 等差数列及其前 n 项和 …… 84
  - 角度1 等差数列基本量的运算/84
  - 角度2 等差数列的判定与证明/84
  - 角度3 等差数列的前 n 项和最值/85
- 考点2 等差数列的性质 …… 85
  - 角度1 项的性质/85
  - 角度2 和的性质/85

6.3 等比数列 …… 知识清单 … 86

考点清单
- 考点1 等比数列及其前 n 项和 …… 87
  - 角度1 等比数列基本量的运算/87
  - 角度2 等比数列的判定与证明/87
- 考点2 等比数列的性质 …… 88
  - 角度1 项的性质/88
  - 角度2 和的性质/88

6.4 数列求和 …… 89

考点清单
- 考点1 错位相减法求和 …… 89
- 考点2 裂项相消法求和 …… 89
- 考点3 分组、并项法求和 …… 91

高考热点6 数列的综合 …… 92
- 类型1 数列与不等式的综合 …… 92
- 类型2 数列与函数的综合 …… 92
- 类型3 数列的创新题 …… 93

第七章 立体几何与空间向量

7.1 空间几何体的结构特征、表面积与体积 … 知识清单 … 95

考点清单
- 考点1 空间几何体的结构特征 …… 96
  - 角度1 结构特征识辨/96
  - 角度2 直观图/96
  - 角度3 展开图/96
- 考点2 空间几何体的表面积与体积 …… 97
  - 角度1 空间几何体的表面积/97
  - 角度2 空间几何体的体积/97

高考热点7 球的接、切问题 …… 98
- 类型1 几何体的外接球 …… 98
- 类型2 几何体的内切球、棱切球和叠切球 … 98

7.2 空间点、线、面的位置关系 知识清单 … 100

考点清单
- 考点 空间点、线、面的位置关系 …… 101
  - 角度1 空间点、线、面位置关系的判定/101
  - 角度2 求异面直线所成的角/101

7.3 直线、平面平行的判定与性质 知识清单 … 102

考点清单
- 考点 直线、平面平行的判定与性质 …… 102
  - 角度1 直线与平面平行的判定或证明/102
  - 角度2 平面与平面平行的判定或证明/103

7.4 直线、平面垂直的判定与性质 知识清单 … 104

考点清单
- 考点 直线、平面垂直的判定与性质 …… 105
  - 角度1 直线与平面垂直的判定或证明/105
  - 角度2 平面与平面垂直的判定或证明/106

高考热点8 截面与翻折问题 …… 107
- 类型1 空间几何体的截面问题 …… 107
- 类型2 空间几何体的翻折问题 …… 107

7.5 空间角与空间距离、空间向量及其应用 …… 知识清单 … 109

考点清单
- 考点1 空间角 …… 110
  - 角度1 求异面直线所成的角/110
  - 角度2 直线与平面所成的角/110
  - 角度3 二面角或平面与平面所成的角/111
- 考点2 空间距离 …… 112
  - 角度1 点到直线的距离/112
  - 角度2 点到平面的距离/113

高考热点9 立体几何中的存在和动态问题 … 114
- 类型1 存在性问题的探索 …… 114
- 类型2 动态问题的探索 …… 115

第八章 平面解析几何

8.1 直线和圆 …… 知识清单 … 118

考点清单
- 考点1 直线和圆的方程 …… 120
  - 角度1 直线的倾斜角和斜率/120
  - 角度2 求直线、圆的方程/120
- 考点2 直线和圆、圆和圆的位置关系 …… 121
  - 角度1 直线和圆的位置关系/121
  - 角度2 圆和圆的位置关系/121
  - 角度3 与圆的切线相关的问题/121
  - 角度4 与圆的弦长有关的问题/122
  - 角度5 对称问题/122
  - 角度6 与圆有关的最值问题/122

8.2 椭圆 …… 知识清单 … 123
考点清单
考点1 椭圆的定义和标准方程 …… 124
- 角度1 求椭圆标准方程/124
- 角度2 求焦点三角形相关问题/125
- 角度3 与椭圆有关的最值(范围)问题/125

考点2 椭圆的几何性质 …… 125
- 角度1 求椭圆的离心率/125
- 角度2 求离心率的最值(范围)/126

8.3 双曲线 …… 知识清单 … 127
考点清单
考点1 双曲线的定义和标准方程 …… 128
- 角度1 求双曲线的方程/128
- 角度2 焦点三角形问题/128

考点2 双曲线的几何性质 …… 129
- 角度1 渐近线/129
- 角度2 离心率/129

8.4 抛物线 …… 知识清单 … 130
考点清单
考点1 抛物线的定义和标准方程 …… 131
- 角度1 抛物线的定义及应用/131
- 角度2 抛物线的标准方程/131

考点2 抛物线的几何性质 …… 131

8.5 直线与圆锥曲线的位置关系 …… 132
考点清单
考点1 直线与圆锥曲线的位置关系 …… 132
考点2 弦长与面积问题 …… 132
考点3 定点、定值与定线问题 …… 133

高考热点10 轨迹问题 …… 135
类型1 常规曲线的轨迹问题 …… 135
类型2 非常规曲线的轨迹问题 …… 135

高考热点11 圆锥曲线中的最值与范围问题 …… 136
类型1 圆锥曲线中的最值问题 …… 136
类型2 圆锥曲线中的范围问题 …… 137

高考热点12 圆锥曲线中的存在性(探索性)问题 …… 138

第九章 计数原理

9.1 计数原理、排列与组合 …… 知识清单 … 140
考点清单
考点1 两个计数原理的应用 …… 141
考点2 排列组合问题 …… 141
- 角度1 排列的常见模型/141
- 角度2 组合的常见模型/142
- 角度3 分组与分配问题/142

9.2 二项式定理 …… 知识清单 … 143
考点清单
考点 二项式定理 …… 143
- 角度1 二项展开式中的特定项和特定项的系数/143
- 角度2 二项式系数和与各项系数和/144

第十章 概率

10.1 随机事件、古典概型、条件概率与全概率公式 …… 知识清单 … 146
考点清单
考点1 随机事件与古典概型 …… 147
- 角度1 古典概型/147
- 角度2 概率的基本性质/148

考点2 事件的相互独立性 …… 148
- 角度1 事件独立性的判断/148
- 角度2 相互独立事件概率的求解/148

考点3 条件概率与全概率公式 …… 149
- 角度1 条件概率公式的应用/149
- 角度2 全概率公式的应用/149

10.2 离散型随机变量及其分布列、均值、方差 …… 知识清单 … 150
考点清单
考点 离散型随机变量及其分布列、均值、方差 …… 151
- 角度1 分布列的性质/151
- 角度2 离散型随机变量的分布列、均值、方差/151
- 角度3 均值与方差中的决策问题/152

10.3 二项分布、超几何分布及正态分布 …… 知识清单 … 153
考点清单
考点1 二项分布 …… 154
考点2 超几何分布 …… 155
考点3 正态分布 …… 156

高考热点13 概率创新题 …… 157
类型1 以全新信息为载体 …… 157
类型2 与函数、导数综合创新 …… 157
类型3 与数列综合创新 …… 158

第十一章 统计

11.1 用样本估计总体 …… 知识清单 … 160
考点清单
考点 抽样方法与总体分布的估计 …… 162
- 角度1 抽样方法/162
- 角度2 统计图表/162
- 角度3 总体集中趋势的估计/163
- 角度4 总体离散程度的估计/165

11.2 成对数据的统计分析 …… 知识清单 … 166
考点清单
考点1 变量间的相关关系 …… 168
- 角度1 变量间的相关关系/168
- 角度2 回归模型/168

考点2 独立性检验 …… 170

《精讲册》答案全解全析 …… 343



敲重点！本书共3册

《精讲册》/P1 《精练册》/P171 《答案册》/P343

第一章 集合、常用逻辑用语与不等式

考情清单

考点	真题示例	考向	5年考频	核心素养
集合及其运算	2023新课标Ⅱ,2	已知集合间关系求参数	9考	逻辑推理 数学运算
	2025全国一卷,2	集合中元素个数及补集运算		
	2025全国二卷,3	集合的交集运算		数学运算
	2024新课标Ⅰ,1			
	2023新课标Ⅰ,1			
	2022新高考Ⅰ,1			
	2022新高考Ⅱ,1			
	2021新高考Ⅰ,1			
	2021新高考Ⅱ,1	集合的交集、补集综合运算		
常用逻辑用语	2023新课标Ⅰ,7	充分、必要条件的判断	2考	逻辑推理
	2024新课标Ⅱ,2	命题的否定及真假判断		
不等式的解法	2025全国二卷,4	分式不等式	5考	数学运算
	2024新课标Ⅰ,1	三次不等式		
	2023新课标Ⅰ,1	一元二次不等式		
	2022新高考Ⅰ,1	根式不等式		
	2022新高考Ⅱ,1	绝对值不等式		
基本不等式	2022新高考Ⅱ,12	基本不等式	1考	逻辑推理 数学运算

综合分析

本章内容较为简单,高考中多作为载体与其他知识结合考查,集合多与方程、不等式的求解结合,设问有求交集、并集、补集、元素个数及元素与集合间的关系等;常用逻辑用语可与各类知识结合,需深刻理解知识内涵,设问通常是充分、必要条件的判断及全称量词命题与存在量词命题的否定及真假判断;不等式多与函数、三角函数、数列等知识综合考查.

1.1 集合

知识清单

知识点1 集合的含义与表示

1.集合中元素的特性:确定性、互异性、无序性.

2.元素与集合的关系:属于(用符号"$\in$"表示)或不属于(用符号"$\notin$"表示).

3.常用数集及其符号表示:非负整数集(自然数集)$\mathbf{N}$、正整数集$\mathbf{N}^*$(或$\mathbf{N}_+$)、整数集$\mathbf{Z}$、有理数集$\mathbf{Q}$、实数集$\mathbf{R}$.

4.集合的表示方法:列举法、描述法、图示法.

知识点2 集合间的基本关系

		文字语言	记法
集合间的基本关系	相等	一般地,集合A的任何一个元素都是集合B的元素,同时集合B的任何一个元素都是集合A的元素	$A=B$
	子集	集合A中任意一个元素均为集合B中的元素	$A\subseteq B$或$B\supseteq A$
	真子集	如果集合$A\subseteq B$,但存在元素$x\in B$,且$x\notin A$,则称A是B的真子集	$A\subsetneq B$或$B\supsetneq A$

注意 (1)空集是任何集合的子集;
(2)空集是任何非空集合的真子集.

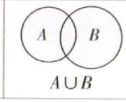
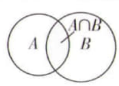
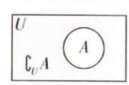
易错警示 (1)解决集合间关系$A\subseteq B$或$A\subsetneq B$问题时,易忽视A是空集的情况而漏解.
(2)解决有关点集$\{(x,y)\mid y=x^2\}$与数集$\{y\mid y=x^2\}$问题时容易忽略集合的属性.

知识拓展 有限集的子集个数

设集合A是有n个元素的有限集,即$\mathrm{card}(A)=n$($n\in\mathbf{N}^*$),则A的子集个数是2^n;真子集个数是2^n-1;非空子集个数是2^n-1;非空真子集个数是2^n-2.

知识点3 集合的基本运算

已知全集U,集合A,B.

	并集	交集	补集
图形语言	 $A\cup B$		

续表

	并集	交集	补集
符号语言	$A\cup B=\{x\mid x\in A$,或$x\in B\}$	$A\cap B=\{x\mid x\in A$,且$x\in B\}$	$\complement_U A=\{x\mid x\in U$,且$x\notin A\}$
性质	$A\cup\varnothing=A$; $A\cup A=A$; $A\cup B=B\cup A$; $A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$	$A\cap\varnothing=\varnothing$; $A\cap A=A$; $A\cap B=B\cap A$; $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$	$A\cup(\complement_U A)=U$; $A\cap(\complement_U A)=\varnothing$; $\complement_U(\complement_U A)=A$

知识拓展 德·摩根定律:$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$;$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

即练即清

答案P343

1. 判断正误.(对的打"√",错的打"×")

(1)$\{x\in\mathbf{N}^*\mid -7<x^3<7\}$用列举法表示为$\{-1,0,1\}$. (　　)

(2)$\{x\mid x=3k,k\in\mathbf{N}\}\subseteq\{x\mid x=6z,z\in\mathbf{N}\}$. (　　)

(3)$\varnothing\subseteq\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+1=0\}$. (　　)

(4)若$x\in U$,则$x\in A$或$x\in\complement_U A$. (　　)

(5)若$A=\{x\mid y=x^2\}$,$B=\{(x,y)\mid y=x^2\}$,则$A\cap B=\{x\mid x\in\mathbf{R}\}$. (　　)

2. 已知集合$A=\{x\in\mathbf{R}\mid x\leqslant 10\}$,$a=\sqrt{3}$,则 (　　)

A.$a\in A$　　B.$a\notin A$　　C.$a=A$　　D.$\{a\}\in A$

3. 已知集合$A=\{x\mid x<-1$或$x>0\}$,$B=\{x\mid m-1<x<m+2\}$.若$B\cup A=\mathbf{R}$,则实数m的取值范围是 (　　)

A.$(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$

B.$(-3,1)$

C.$(-2,0)$

D.$(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$

4. (人教A版必修第一册P14习题T4改编)设全集$U=\mathbf{R}$,集合$A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$,$B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$,则$A\cap B=$_____,$(\complement_U A)\cup B=$_____.

答案 P343

考点 集合及其运算

◆ 角度 1 集合间的基本关系

典例 1 关系判断 (2025 届浙江杭州学军中学模拟预测,1)设全集 $U=\mathbf{Z}$,集合 $A=\{x\mid x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x\mid x=6k-1,k\in\mathbf{Z}\}$,则 (　　)

A.$A\subseteq B$　　B.$B\subseteq A$

C.$A=B$　　D.$A\cap B=A$

方法总结 集合间基本关系的判断

判断三法

- 列举法:当集合中元素个数较少时,可以用列举法列出集合中的全部元素,再判断
- 元素特征法:确定集合的代表元素是什么,弄清楚集合中元素特征,再利用集合中元素的特征判断
- 数形结合法:利用数轴或Venn图,一般不等式解集之间的关系适合用数轴判断

变式训练

1. 数形结合法 设 $P=\{x\mid x<4\}$,$Q=\{x\mid x^2<4\}$,则 (　　)

A.$P\subseteq Q$　　B.$Q\subsetneq P$

C.$P\subseteq \complement_{\mathbf{R}}Q$　　D.$Q\subseteq \complement_{\mathbf{R}}P$

典例 2 利用集合间关系求参数 (2025 届江苏徐州第一中学考前打靶卷,1)已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid (x-2)(x-3)\leqslant 0\}$,$B=\{x\mid ax-2=0\}$,若 $A\cup B=A$,则 a 的取值构成的集合为 (　　)

A.$\{0\}$　　B.$\{0,1\}$

C.$\left\{1,\frac{2}{3}\right\}$　　D.$\left\{0,1,\frac{2}{3}\right\}$

方法总结 有关 $A\cup B=A$ 或 $A\cap B=B$ 的解题路径

1.由 $A\cup B=A$ 或 $A\cap B=B$ 可得 $B\subseteq A$.

2.对于"$B\subseteq A$"或"$B\subsetneq A$"的问题,若集合 B 中含有参数,通常要分 $B=\varnothing$ 和 $B\neq\varnothing$ 两种情况进行讨论,其中 $B=\varnothing$ 的情况容易被忽略,应引起足够的重视.

变式训练

2. 关键元素变式 (2025 届江西联考,2)已知集合 $M=\{x\mid (x-2)^2\leqslant 1\}$,非空集合 $N=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant a\}$,若 $N\subseteq M$,则实数 a 的取值范围为 (　　)

A.$(1,+\infty)$　　B.$[3,+\infty)$

C.$[0,3]$　　D.$[1,3]$

3. 关键元素变式 (2026 届江苏南通调研,2)已知集合 $A=\{1,4,a^2\}$,$B=\{4,2a\}$,$A\cap B=B$,则实数 a 的取值集合为 (　　)

A.$\left\{\frac{1}{2}\right\}$　　B.$\left\{0,\frac{1}{2}\right\}$

C.$\{0,2\}$　　D.$\left\{0,\frac{1}{2},2\right\}$

◆ 角度 2 集合的运算

典例 3 (2026 届广东阳江月考,2)已知集合 $A=\left\{x\mid \frac{x-2}{x}\leqslant 0\right\}$,$B=\{x\mid |x-2|\leqslant 1\}$,则 $A\cup B=$ (　　)

A.$(-\infty,3]$　　B.$(3,+\infty)$

C.$(0,+\infty)$　　D.$(0,3]$

方法总结 集合运算问题的求解

常用三方法

- 先"简"后"算":根据元素的特性,区分数集或点集等,先对集合进行化简,再进行集合的基本运算
- 遵"规"守"矩":定义是进行集合基本运算的依据,交集的运算要抓住"公共元素";并集的运算中"并"是合并的意思;补集的运算要关注"你有我无"的元素
- 借"形"助"数":进行集合的运算时借助Venn图或数轴使抽象问题直观化,用数轴表示时注意端点值的取舍

变式训练

4. 情境模型变式 (2025 届浙江温州三模,2)已知集合 $A=\{-1,1,2,3,\}$,集合 $B=\{x\mid \ln x<1\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

A.$\{1\}$　　B.$\{-1,1\}$

C.$\{1,2\}$　　D.$\{-1,1,2\}$

5.关键元素变式 (2026届天津阶段检测,1)已知全集$U=A\cup B=\{x\in\mathbf{N}\mid 1\leqslant x\leqslant 10\}$,$A\cap\complement_U B=\{1,3,5,8,9,10\}$,则集合$B$的真子集的个数为 ( )

A.15 B.16 C.31 D.32

典例4 根据集合的运算结果求参 (2020课标Ⅰ理,2,5分)设集合$A=\{x\mid x^2-4\leqslant 0\}$,$B=\{x\mid 2x+a\leqslant 0\}$,且$A\cap B=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 1\}$,则$a=$ ( )

A.-4 B.-2 C.2 D.4

变式训练

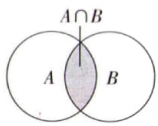
6.关键元素变式 设集合$A=\{1,2,4\}$,$B=\{x\mid x^2-4x+m=0\}$.若$A\cap B=\{1\}$,则$B=$ ( )

A.$\{1,-3\}$ B.$\{1,0\}$ C.$\{1,3\}$ D.$\{1,5\}$

◆角度3 容斥原理

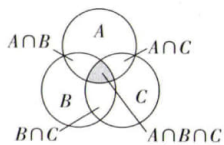
1.两个集合的容斥原理

一般地,对于任意两个有限集合A,B,有$\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)$.如图所示.



2.三个集合的容斥原理

一般地,对于任意三个有限集合A,B,C,有$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(A\cap C)-\mathrm{card}(B\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$.如图所示.



典例5 容斥原理 某校举办秋季运动会,已知某班参加田赛的学生有14人,参加径赛的学生有15人,既参加田赛又参加径赛的学生有6人,那么该班参加运动会的学生人数为 ( )

A.29 B.23 C.36 D.25

变式训练

7.情境模型变式 为了增强身体素质,某校学生积极参加学校组织的体育特色课堂,课堂分为A.球类项目,B.径赛项目,C.其他健身项目.该班有25名同学选择球类项目A,20名同学选择径赛项目B,18名同学选择其他健身项目C,其中有6名同学同时选择A和B,4名同学同时选择A和C,3名同学同时选择B和C."若全班同学每人至少选择一类项目且没有同学同时选择三类项目,则这个班同学人数是 ( )

A.51 B.50 C.49 D.48

◆角度4 创新题

典例6 (2025届北京八一学校零模,10)集合$A=\{1,2,3,4,5\}$的所有三个元素的子集记为B_1,B_2,$\cdots$,B_n($n\in\mathbf{N}^*$).记b_i为集合B_i($i=1,2,3,\cdots,n$)中的最大元素,则$b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{10}=$ ( )

A.10 B.40

C.45 D.50

方法总结

对于以集合为背景的创新问题常常以"问题"为核心,以"探究"为途径,以"发现"为目的.集合中的创新问题主要体现在:(1)集合中的新定义问题;(2)集合中的新运算问题;(3)集合中的新性质问题.解决集合中的创新题的着手点如下:

(1)正确理解新定义、新运算、新性质,剥去它们的外表,转化为我们熟悉的集合知识;

(2)合理利用集合性质是破解问题的关键;

(3)对于选择题,可结合选项,通过验证、排除、对比、特值法进行求解,当不满足要求时,只需通过举反例来说明.

变式训练

8.关键元素变式 (2026届北京牛栏山一中月考,10)数集$A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$,其中$a_1<a_2<a_3<a_4$,$B=\{a\mid a=|a_i-a_j|,a_i,a_j\in A\}$,若$A=B$,且集合$A$中最大元素为6,则$a_1+a_2+a_3+a_4=$ ( )

A.6 B.8

C.10 D.12

考点针对练 见《精练册》P171

1.2 常用逻辑用语

知识清单

知识点1 充分条件与必要条件

记 p,q 对应的集合分别为 A,B,则:

p 是 q 的充分条件	$p\Rightarrow q$	$A\subseteq B$
p 是 q 的必要条件	$q\Rightarrow p$	$A\supseteq B$
p 是 q 的充要条件	$p\Leftrightarrow q$	$A=B$
p 是 q 的充分不必要条件	$p\Rightarrow q$ 且 $q\not\Rightarrow p$	$A\subsetneq B$
p 是 q 的必要不充分条件	$p\not\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$	$A\supsetneq B$
p 是 q 的既不充分也不必要条件	$p\not\Rightarrow q$ 且 $q\not\Rightarrow p$	$A\not\subseteq B$ 且 $A\not\supseteq B$

知识点2 含有量词的命题

1.全称量词命题及其否定与存在量词命题及其否定

名称	全称量词命题	存在量词命题
结构	对 M 中的任意一个 x,$p(x)$ 成立	存在 M 中的元素 x,$p(x)$ 成立
简记	$\forall x\in M,p(x)$	$\exists x\in M,p(x)$
否定	$\exists x\in M,\neg p(x)$	$\forall x\in M,\neg p(x)$

2.全称量词命题与存在量词命题真假的判断

命题	真	假
$\forall x\in M,p(x)$	集合 M 中的所有 x,均使 $p(x)$ 成立	集合 M 中有1个 x,使 $p(x)$ 不成立
$\exists x\in M,p(x)$	集合 M 中有1个 x,使 $p(x)$ 成立	集合 M 中的所有 x,均使 $p(x)$ 不成立

注意 p 和 $\neg p$ 的真假相反.

即练即清

答案 P343

1.判断正误.(对的打"√",错的打"×")

(1)当 $0<a<1$ 时,$ax^2+2ax+1>0$ 的解集是实数集. (　　)

(2)"$x>0$"是"$x>1$"的充分条件. (　　)

(3)命题 $p:\forall n\in\mathbf{N},\sqrt{2n+1}\geqslant 1$ 的否定 $\neg p$ 为 $\exists n\in\mathbf{N},\sqrt{2n+1}<1$. (　　)

(4)"两个三角形中有两边及其中一边的对角分别相等"是"两个三角形全等"的充要条件. (　　)

2.(人教A版必修第一册P22习题T2改编)设集合 $M=\{x\mid 0<x\leqslant 3\}$,$N=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$,那么"$a\in M$"是"$a\in N$"的_____条件.(填"充分""必要"或"充要")

3.(人教A版必修第一册P31习题T3改编)命题 $p:\exists x\in\mathbf{R},x^2+2x+5=0$ 是_____(填"全称量词命题"或"存在量词命题"),它的否定为_____.

4.已知命题 $p:\forall a\in\mathbf{R}$,一元二次方程 $x^2-ax+1=0$ 有实根,则命题 p 是_____命题(填"真"或"假"),命题 p 的否定是_____.

5.易错题 命题"$\forall x\in\mathbf{R},(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$"为真命题,则实数 a 的取值范围是_____.

考点清单

答案 P344

考点1 充分条件与必要条件

角度1 充分、必要条件的判断

典例1 (2025届湖北黄冈三模,3)给出条件 $p:\triangle ABC$ 的三边既成等差数列又成等比数列;$q:\triangle ABC$ 为正三角形,则 p 是 q 的 (　　)

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充分必要条件

D.既不充分也不必要条件

CONTENTS

紧跟新课标(最新修订版)
精准契合新考情

目录

第一章 集合、常用逻辑用语与不等式

1.1 集合 …… 171
考点 集合及其运算 …… 171
1.2 常用逻辑用语 …… 173
考点1 充分条件与必要条件 …… 173
考点2 含有[illegible]的[illegible] …… [illegible]
1.3 不等式的[illegible]质与解法 …… [illegible]
考点1 不等式的性质 …… 175
考点2 不等式的解法 …… 175
1.4 基本不等式 …… [illegible]
考点1 利用基本不等式求最值 …… 176
考点2 基本不等式的综合应用 …… 177

创新风向
新定义理解·集合的"容量" …… 172
新定义理解·集合的生成集 …… [illegible]
数学文化·赵爽弦图 …… [illegible]

第二章 函数及其性质

2.1 函数的概念及表示 …… 178
考点1 函数的概念及表示 …… 178
考点2 分段函数 …… 178
2.2 函数的单调性和最值 …… [illegible]
考点1 函数的单调性 …… [illegible]
考点2 函数的最值(值域) …… 180
2.3 函数的奇偶性、周期性和对称性 …… 181
考点1 函数的奇偶性 …… 181
考点2 函数的周期性和对称性 …… 183
2.4 二次函数与幂函数 …… 185
考点1 二次函数 …… 185
考点2 幂函数 …… 186
2.5 指数函数与对数函数 …… 187
考点1 指数与对数运算 …… 187
考点[illegible]指数函数 …… 188
考点[illegible]对数函数 …… 189
2.6 函数的图象 …… 190
考点[illegible]函数[illegible]辨析[illegible] …… 190
2.[illegible]函数的零[illegible]是的根 …… 192
考点 函数的零点 …… 192
2.[illegible]函数的模型及应用 …… 193
考点[illegible]函数模型 …… 193

创新风向
新定义理解·三叉戟函数 …… 180
教材溯源·函数求值 …… 184
创新考法·答案开放 …… 186
创新知识交汇·三角函数与幂函数交汇 …… 192
[illegible]·多想少算 …… 192

第三章 导数及其应用

3.1 导数的概念及运算 …… 195
考点1 导数的概念及运算 …… 195
考点2 曲线的切线 …… 196
3.2 [illegible]函数的单调性、极值和最值 …… 198
考点1 [illegible]与函数的单调性 …… 198
考点2 导数与函数的极(最)值 …… 201
3.3 导数的综合应用 …… 203
考点1 利用导数证明不等式 …… 203
考点2 利用导数研究函数零点 …… 206
高考热点1 三次函数的性质综合 …… 209
类型1 三次函数的图象与性质 …… 209
类型2 三次函数的极(最)值问题 …… 209

2027版
53高考总复习
A版
数学
精练册

类型3 三次函数的零点问题 …… 210
类型4 三次函数的切线问题 …… 210
高考热点2 导数中的构造问题 …… 211
类型1 导数中原函数与导函数的混合构造 …… 211
类型2 导数中的指对同构问题 …… 211
高考热点3 导数中的双变量问题 …… 212
类型1 双变量地位等同同构思想 …… 212
类型2 等量代换 …… 212
类型3 极值点偏移 …… 213
创新风向
创新考法·估计三角函数值 …… 195
创新风向·多想少算 …… 197
新定义理解·拉格朗日中值定理 …… 207
第四章 三角函数与解三角形
4.1 三角函数的概念、同角三角函数的基本关系及诱导公式 …… 215
考点1 三角函数的概念和同角三角函数的基本关系 …… 215
考点2 诱导公式 …… 216
4.2 三角恒等变换 …… 217
考点 三角恒等变换 …… 217
4.3 三角函数的图象与性质 …… 219
考点1 三角函数的图象及其变换 …… 219
考点2 三角函数的性质 …… 221
高考热点4 三角函数中ω的范围问题 …… 224
类型1 利用三角函数的单调性或单调区间求ω的范围 …… 224
类型2 利用三角函数的对称性求ω的范围 …… 224
类型3 利用三角函数的零点求ω的范围 …… 224
类型4 利用三角函数的极值(最值)求ω的范围 …… 224
4.4 解三角形 …… 225
考点1 利用正弦、余弦定理解三角形 …… 225
考点2 解三角形及其综合应用 …… 228
高考热点5 三角形中的"爪型"模型 …… 232
类型1 "爪型"三角形——角平分线模型 …… 232
类型2 "爪型"三角形——中线模型 …… 233
类型3 "爪型"三角形——高线模型 …… 233
创新风向
数学文化·会圆术 …… 215
创新知识交汇·平面向量与三角图象交汇 …… 220
第五章 平面向量与复数
5.1 平面向量的概念、线性运算、基本定理及坐标表示 …… 234
考点1 平面向量的概念及线性运算 …… 234
考点2 共线向量定理及其应用 …… 235
考点3 平面向量基本定理及坐标表示 …… 236
5.2 平面向量的数量积 …… 237
考点1 平面向量的数量积 …… 237
考点2 平面向量数量积的应用 …… 238
5.3 复数 …… 239
考点1 复数的概念及几何意义 …… 239
考点2 复数的运算 …… 240
创新风向
创新应用·风速测量 …… 234
数学文化·八卦图与正八边形 …… 235
新视野·勒洛三角形 …… 236
跨学科·物理 …… 237
跨学科·化学 …… 237

第六章 数列

6.1 数列的概念及表示 …… 241
考点1 数列的概念和性质 …… 241
考点2 数列的通项公式 …… 242
6.2 等差数列 …… 243
考点1 等差数列及其前 n 项和 …… 243
考点2 等差数列的性质 …… 247
6.3 等比数列 …… 249
考点1 等比数列及其前 n 项和 …… 249
考点2 等比数列的性质 …… 251
6.4 数列求和 …… 252
考点1 错位相减法求和 …… 252
考点2 裂项相消法求和 …… 254
考点3 分组、并项法求和 …… 256
高考热点6 数列的综合 …… 258
类型1 数列与不等式的综合 …… 258
类型2 数列与函数的综合 …… 258
类型3 数列的创新题 …… 259

创新风向
新定义理解·匀称值 …… 242
创新知识交汇·函数零点与数列交汇 …… 251
创新知识交汇·二项式与数列交汇 …… 253

第七章 立体几何与空间向量

7.1 空间几何体的结构特征、表面积与体积 … 260
考点1 空间几何体的结构特征 …… 260
考点2 空间几何体的表面积与体积 …… 261
高考热点7 球的接、切问题 …… 263
类型1 几何体的外接球 …… 263
类型2 几何体的内切球、棱切球和叠切球 …… 263
7.2 空间点、线、面的位置关系 …… 264
考点 空间点、线、面的位置关系 …… 264
7.3 直线、平面平行的判定与性质 …… 266
考点 直线、平面平行的判定与性质 …… 266
7.4 直线、平面垂直的判定与性质 …… 268
考点 直线、平面垂直的判定与性质 …… 268
高考热点8 截面与翻折问题 …… 270
类型1 空间几何体的截面问题 …… 270
类型2 空间几何体的翻折问题 …… 270
7.5 空间角与空间距离、空间向量及其应用 … 272
考点1 空间角 …… 272
考点2 空间距离 …… 277
高考热点9 立体几何中的存在和动态问题 … 279
类型1 存在性问题的探索 …… 279
类型2 动态问题的探索 …… 280

创新风向
跨学科·物理 …… 261
教材溯源·过点 P_0 的平面方程 …… 275
动态垂直模型 …… 280

第八章 平面解析几何

8.1 直线和圆 …… 281
考点1 直线和圆的方程 …… 281
考点2 直线和圆、圆和圆的位置关系 …… 282
8.2 椭圆 …… 284
考点1 椭圆的定义和标准方程 …… 284
考点2 椭圆的几何性质 …… 286
8.3 双曲线 …… 288
考点1 双曲线的定义和标准方程 …… 288
考点2 双曲线的几何性质 …… 289
8.4 抛物线 …… 291
考点1 抛物线的定义和标准方程 …… 291
考点2 抛物线的几何性质 …… 292

8.5 直线与圆锥曲线的位置关系 …… 294
考点1 直线与圆锥曲线的位置关系 …… 294
考点2 弦长与面积问题 …… 297
考点3 定点、定值与定线问题 …… 302
高考热点10 轨迹问题 …… 306
类型1 常规曲线的轨迹问题 …… 306
类型2 非常规曲线的轨迹问题 …… 307
高考热点11 圆锥曲线中的最值与范围问题 … 308
类型1 圆锥曲线中的最值问题 …… 308
类型2 圆锥曲线中的范围问题 …… 309
高考热点12 圆锥曲线中的存在性(探索性)问题 …… 310
创新风向
教材溯源·椭圆的光学特性 …… 287
创新知识交汇·飘带函数与双曲线 …… 290
新定义理解·m型双曲线 …… 290
教材溯源·抛物线的光学特性 …… 300

第九章 计数原理
9.1 计数原理、排列与组合 …… 312
考点1 两个计数原理的应用 …… 312
考点2 排列组合问题 …… 313
9.2 二项式定理 …… 314
考点 二项式定理 …… 314
创新风向
创新解法·4×4方格 …… 312
创新考法·被8除的余数 …… 314

第十章 概率
10.1 随机事件、古典概型、条件概率与全概率公式 …… 315
考点1 随机事件与古典概型 …… 315
考点2 事件的相互独立性 …… 317
考点3 条件概率与全概率公式 …… 319
10.2 离散型随机变量及其分布列、均值、方差 …… 321
考点 离散型随机变量及其分布列、均值、方差 … 321
10.3 二项分布、超几何分布及正态分布 …… 325
考点1 二项分布 …… 325
考点2 超几何分布 …… 326
考点3 正态分布 …… 328
高考热点13 概率创新题 …… 330
类型1 以全新信息为载体 …… 330
类型2 与函数、导数综合创新 …… 330
类型3 与数列综合创新 …… 331
创新风向
创新知识交汇·概念与不等式证明 …… 317
跨学科·生物 …… 323
创新情境·AI大模型 …… 325

第十一章 统计
11.1 用样本估计总体 …… 332
考点 抽样方法与总体分布的估计 …… 332
11.2 成对数据的统计分析 …… 337
考点1 变量间的相关关系 …… 337
考点2 独立性检验 …… 341
创新风向
跨学科·生物 …… 337
创新情境·AI智能软件 …… 342

《精练册》答案全解全析 …… 419

第一章 集合、常用逻辑用语与不等式

1.1 集合

考点 集合及其运算

五年高考 答案 P419

1.★ (2025 天津,1,5 分)已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $A=\{1,3\}$,$B=\{2,3,5\}$,则$\complement_U(A\cup B)=$ (　　)

A.$\{1,2,4,5\}$　　B.$\{1,3,4\}$

C.$\{1,2,3,5\}$　　D.$\{4\}$

2.★ (2021 新高考Ⅱ,2,5 分)若全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合 $A=\{1,3,6\}$,$B=\{2,3,4\}$,则$A\cap\complement_U B=$ (　　)

A.$\{3\}$　　B.$\{1,6\}$　　C.$\{5,6\}$　　D.$\{1,3\}$

3.★ (2021 新高考Ⅰ,1,5 分)设集合 $A=\{x|-2<x<4\}$,$B=\{2,3,4,5\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

A.$\{2\}$　　B.$\{2,3\}$

C.$\{3,4\}$　　D.$\{2,3,4\}$

4.★ (2025 全国一卷,2,5 分)已知集合 $U=\{x|x$ 是小于 9 的正整数$\}$,$A=\{1,3,5\}$,则$\complement_U A$ 中元素的个数为 (　　)

A.0　　B.3　　C.5　　D.8

5.★ (2022 全国乙理,1,5 分)设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 M 满足$\complement_U M=\{1,3\}$,则 (　　)

A.$2\in M$　　B.$3\in M$　　C.$4\notin M$　　D.$5\notin M$

6.★ (2025 北京,1,4 分)已知集合 $M=\{x|2x-1>5\}$,$N=\{1,2,3\}$,则 $M\cap N=$ (　　)

A.$\{1,2,3\}$　　B.$\{2,3\}$

C.$\{3\}$　　D.$\varnothing$

7.★ (2025 全国二卷,3,5 分)已知集合 $A=\{-4,0,1,2,8\}$,$B=\{x|x^3=x\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

A.$\{0,1,2\}$　　B.$\{1,2,8\}$

C.$\{2,8\}$　　D.$\{0,1\}$

8.★ (2022 新高考Ⅱ,1,5 分)已知集合 $A=\{-1,1,2,4\}$,$B=\{x||x-1|\leqslant 1\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

A.$\{-1,2\}$　　B.$\{1,2\}$

C.$\{1,4\}$　　D.$\{-1,4\}$

9.★ (2023 新课标Ⅰ,1,5 分)已知集合 $M=\{-2,-1,0,1,2\}$,$N=\{x|x^2-x-6\geqslant 0\}$,则 $M\cap N=$ (　　)

A.$\{-2,-1,0,1\}$　　B.$\{0,1,2\}$

C.$\{-2\}$　　D.$\{2\}$

10.★ (2024 新课标Ⅰ,1,5 分)已知集合 $A=\{x|-5<x^3<5\}$,$B=\{-3,-1,0,2,3\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

A.$\{-1,0\}$　　B.$\{2,3\}$

C.$\{-3,-1,0\}$　　D.$\{-1,0,2\}$

11.★ (2024 全国甲理,2,5 分)已知集合 $A=\{1,2,3,4,5,9\}$,$B=\{x|\sqrt{x}\in A\}$,则$\complement_A(A\cap B)=$ (　　)

A.$\{1,4,9\}$　　B.$\{3,4,9\}$

C.$\{1,2,3\}$　　D.$\{2,3,5\}$

12.★ (2022 新高考Ⅰ,1,5 分)若集合 $M=\{x|\sqrt{x}<4\}$,$N=\{x|3x\geqslant 1\}$,则 $M\cap N=$ (　　)

A.$\{x|0\leqslant x<2\}$　　B.$\left\{x\left|\frac{1}{3}\leqslant x<2\right.\right\}$

C.$\{x|3\leqslant x<16\}$　　D.$\left\{x\left|\frac{1}{3}\leqslant x<16\right.\right\}$

13.★★ (2020 课标Ⅲ理,1,5 分)已知集合 $A=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{N}^*,y\geqslant x\}$,$B=\{(x,y)|x+y=8\}$,则 $A\cap B$ 中元素的个数为 (　　)

A.2　　B.3　　C.4　　D.6

14.★★ (2023 新课标Ⅱ,2,5 分)设集合 $A=\{0,-a\}$,$B=\{1,a-2,2a-2\}$,若 $A\subseteq B$,则 $a=$ (　　)

A.2　　B.1　　C.$\frac{2}{3}$　　D.-1

15.★★ (2023 全国甲理,1,5 分)设全集 $U=\mathbf{Z}$,集合 $M=\{x|x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$,$N=\{x|x=3k+2,k\in\mathbf{Z}\}$,则$\complement_U(M\cup N)=$ (　　)

A.$\{x|x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$　　B.$\{x|x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$

C.$\{x|x=3k-2,k\in\mathbf{Z}\}$　　D.$\varnothing$

16.★★ (2021 全国乙理,2,5 分)已知集合 $S=\{s|s=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$,$T=\{t|t=4n+1,n\in\mathbf{Z}\}$,则 $S\cap T=$ (　　)

A.$\varnothing$　　B.S　　C.T　　D.$\mathbf{Z}$

17.★★ (2020 新高考Ⅰ,5,5 分)某中学的学生积极参加体育锻炼,其中有 96%的学生喜欢足球或游泳,60%的学生喜欢足球,82%的学生喜欢游泳,则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例是 (　　)

A.62%　　B.56%　　C.46%　　D.42%

1. ★ (2026 届重庆市渝北中学校等校联考,1) 已知集合 $U=\{0,2,3,5,7\}$,且 $\complement_U A=\{2,5,7\}$,则下列结论错误的是 (　　)

A. $2\in A$　　B. $3\in A$　　C. $5\notin A$　　D. $7\notin A$

2. ★ (2026 届浙江杭州一模,2) 设集合 $M=\{1,2\}$,$N=\left\{x\in\mathbf{N}^*\,\middle|\,\frac{6}{x}\in\mathbf{N}^*\right\}$,则 $M\cap N=$ (　　)

A. $\{1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{1,2,3\}$

3. ★ (2026 届安徽江淮十校第二次联考,1) 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3<0\}$,集合 $B=\{x||x|\leqslant 2\}$,则 $A\cup B=$ (　　)

A. $(-1,2]$　　B. $[-2,3)$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $(-1,3)$

4. ★ (2026 届湖北武汉华中师大一附中月考,2) 集合 $A=\{1,2\}$,$B=\{x|x^2-3x-4<0,x\in\mathbf{N}\}$,则满足 $A\subseteq C\subseteq B$ 的集合 C 的个数为 (　　)

A. 4　　B. 7　　C. 15　　D. 16

5. ★ (2026 届河北联考期中,1) 已知集合 $A=\{1,2\}$,$B=\{3,6\}$,则集合 $C=\{xy|x\in A,y\in B\}$ 的元素个数为 (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. ★ (2026 届江苏南通联考,1) 已知集合 $A=\{1,2,a^2\}$,$B=\{1,a\}$,若 $B\subseteq A$,则实数 a 等于 (　　)

A. 0　　B. 1　　C. 0 或 2　　D. 0 或 1

7. ★ (2026 届山东日照期中校际联考,1) 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $A=\{1,3,4\}$,$\complement_U B=\{3,4\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

A. $\{1\}$　　B. $\{3,4\}$

C. $\{1,2,3,4\}$　　D. $\varnothing$

8. ★ (2025 届河南信阳联考,1) 已知集合 $M=\{-1,0,1,2\}$,$N=\{y|y=x^2,x\in M\}$,则 $M\cap N=$ (　　)

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,4\}$　　C. $\{0,1,4\}$　　D. $\{0,1\}$

9. ★ (2025 届福建漳州第四次质检,1) 下列集合中表示空集的是 (　　)

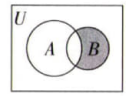
A. $\{\varnothing\}$　　B. $\{0\}$

C. $\{x\in\mathbf{R}|x^2+x-1=0\}$　　D. $\{x\in\mathbf{R}|x^2+x+1=0\}$

10. ★★ (2026 届浙江温州名校联盟联考,1) 已知集合 $A=\{1,3,a^2\}$,$B=\{1,a+2\}$,若 $A\cap B=B$,则实数 a 的值为 (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 2 或 −1　　D. 1 或 −1

11. ★★ (2026 届湖南师大附中月考,1) 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$,集合 $A=\{2,5,7\}$,$B=\{5,6,7,8\}$,则图中的阴影部分表示的集合为 (　　)



A. $\{6,8\}$　　B. $\{6,7,8\}$

C. $\{1,3,5\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

12. ★★ (2026 届浙江 Z20 名校联盟第一次联考,4) 已知集合 $M=\{1,2,3\}$,$M\cup N=\{1,2,3,4,16\}$,则满足条件的集合 N 的个数为 (　　)

A. 3　　B. 5　　C. 6　　D. 8

13. ★★ (2026 届广东深圳中学摸底考试,3) 若 $A=\{x\in\mathbf{Z}|2\leqslant 2^{2-x}<8\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}|\log_2 x>1\}$,则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$ 的元素个数为 (　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

14. ★★ (2025 届江西三模,3) 已知集合 $A=\{0,a,a^2\}$,$B=\{a-1,3a-2\}$,$a\in\mathbf{R}$,则 $A\cup B$ 中的元素个数至少为 (　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

15. ★★ (2026 届辽宁名校联盟联考,1) 已知集合 $S=\left\{s\,\middle|\,s=\frac{2\pi}{5}n+\frac{\pi}{3},n\in\mathbf{Z}\right\}$,$T=\left\{t\,\middle|\,t=\frac{2\pi}{15}n+\frac{\pi}{5},n\in\mathbf{Z}\right\}$,则 $S\cup T=$ (　　)

A. $\varnothing$　　B. S　　C. T　　D. $\mathbf{Z}$

16. ★★ (2026 届河南部分学校顶尖计划(一),12) 已知集合 $A=\{m+5,m+1,0\}$,若 $4\in A$,则 $m=$ _____.

17. ★★ (2024 届广东梅州期末,17) 某班有 36 名同学参加数学、物理、化学竞赛小组,每名同学至多参加两个小组,已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26,15,13,同时参加数学和物理小组的有 6 人,同时参加物理和化学小组的有 4 人,则同时参加数学和化学小组的有 _____ 人.

18. ★★★ 新定义理解 (2025 届安徽芜湖二模,13) 已知有限集合 $A=\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n\}$,定义集合 $B=\{a_i+a_j|1\leqslant i<j\leqslant n,i,j\in\mathbf{N}^*\}$ 中的元素的个数为集合 A 的“容量”,记为 $|A|$. 若集合 $A=\{x\in\mathbf{N}^*|1\leqslant x\leqslant n\}$,且 $|A|=4\,047$,则正整数 n 的值是 _____.

19. ★★★ 新定义理解 (2026 届江苏盐城七校联盟第一次学情检测,14) 设 A 是实数集的非空子集,称集合 $B=\{uv|u,v\in A\text{ 且 }u\neq v\}$ 为集合 A 的生成集. 当 $A=\{1,3,5\}$ 时,写出集合 A 的生成集 B 为 _____;记集合 M 中元素个数为 $\mathrm{card}(M)$,若 A 是由 5 个正实数构成的集合,则 $\mathrm{card}(B)$ 的最小值为 _____.

1.2 常用逻辑用语

考点1 充分条件与必要条件

五年高考

答案 P420

1. ★（2025 天津，2，5 分）已知 $x \in \mathbf{R}$，则“$x=0$”是“$\sin 2x=0$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

2. ★（2024 天津，2，5 分）已知 $a,b \in \mathbf{R}$，则“$a^3=b^3$”是“$3^a=3^b$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

3. ★★（2024 北京，5，4 分）设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是向量，则“$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$”是“$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$ 或 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

4. ★★（2024 全国甲理，9，5 分）设向量 $\boldsymbol{a}=(x+1,x)$，$\boldsymbol{b}=(x,2)$，则（　　）

A.$x=-3$ 是 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 的必要条件

B.$x=1+\sqrt{3}$ 是 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的必要条件

C.$x=0$ 是 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 的充分条件

D.$x=-1+\sqrt{3}$ 是 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的充分条件

5. ★★★（2023 全国甲理，7，5 分）设甲：$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=1$，乙：$\sin\alpha+\cos\beta=0$，则（　　）

A.甲是乙的充分条件但不是必要条件

B.甲是乙的必要条件但不是充分条件

C.甲是乙的充要条件

D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

6. ★★★（2025 北京，7，4 分）已知函数 $f(x)$ 的定义域为 D，则“$f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$”是“对任意 $M \in \mathbf{R}$，存在 $x_0 \in D$，使得 $|f(x_0)|>M$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

三年模拟

答案 P420

1. ★（2026 届浙江绍兴诊断，4）“$x=\pi$”是“$\sin x=0$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

2. ★（2026 届山东名校联盟阶段检测，3）“$a>b>0$”是“$a-\ln b>b-\ln a$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

3. ★（2025 届福建泉州考前模拟（一），2）设 $A=\{x\mid 1\leqslant 2^x\leqslant 4\}$，$B=\{x\mid x^2\leqslant ax\}$，若 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的充分条件，则（　　）

A.$0<a<2$　　B.$1<a<2$　　C.$a=2$　　D.$a\geqslant 2$

4. ★★（2026 届河北衡水四调，5）记向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(0,1)$，设甲：向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{a}+x\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角，乙：$x>-\dfrac{5}{2}$，则甲是乙的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

5. ★★（2026 届安徽合肥一中质量测评，2）已知 $m\in\mathbf{R}$，p：$3m^2-4m+1\leqslant 0$，q：函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-3^m x^2+1$ 在区间 $(2,6)$ 上不单调，则 p 是 q 的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

6. ★★（2025 届河北秦皇岛一模，2）已知 $\lambda>0$，集合 $A=\{x\mid x^2-5x-6<0\}$，$B=\{x\mid (x-\lambda)(x-2\lambda)<0\}$，若 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的必要不充分条件，则 λ 的取值范围为（　　）

A.$(0,3)$　　B.$(0,3]$　　C.$(0,2)$　　D.$(0,2]$

7. ★★（2026 届浙江学军中学练习，4）设 $\{a_n\}$ 是等差数列，其前 n 项和为 S_n，则“$S_1+S_3>2S_2$”是“$\{a_n\}$ 为递增数列”的（　　）

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

8. ★★（2025 届江西萍乡三模，5）记 x,y 为实数，设甲：$y>x>0$；乙：$x-\cos y<y-\cos x$，则甲是乙的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

9. ★★（2025 届广西桂林联考，6）“$\exists x\in\mathbf{R}$，使 $ax^2-4x-3>0$”的一个充分不必要条件是（　　）

A.$a\leqslant 0$　　B.$a<-\dfrac{4}{3}$

C.$a\geqslant 1$　　D.$a<-\dfrac{4}{3}$ 或 $a\geqslant 0$

10. ★★（2026 届广东中山纪念中学月考，13）设命题 p：$0<\dfrac{26}{x}<a$，命题 q：$\dfrac{26}{x+1}\in\mathbf{N}$ 且 $x\in\mathbf{N}^*$，若 p 是 q 的必要条件，则 a 的取值范围是_____.

考点2　含有量词的命题

五年高考

答案 P421

1.★（2024 新课标Ⅱ，2，5 分）已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$|x+1|>1$；命题 q：$\exists x>0$，$x^3=x$．则　（　）

A.p 和 q 都是真命题

B.$\neg p$ 和 q 都是真命题

C.p 和 $\neg q$ 都是真命题

D.$\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题

2.★（2016 浙江理，4，5 分）命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$\exists n\in\mathbf{N}^*$，使得 $n\geqslant x^2$”的否定形式是　（　）

A.$\forall x\in\mathbf{R}$，$\exists n\in\mathbf{N}^*$，使得 $n<x^2$

B.$\forall x\in\mathbf{R}$，$\forall n\in\mathbf{N}^*$，使得 $n<x^2$

C.$\exists x\in\mathbf{R}$，$\exists n\in\mathbf{N}^*$，使得 $n<x^2$

D.$\exists x\in\mathbf{R}$，$\forall n\in\mathbf{N}^*$，使得 $n<x^2$

3.★（2015 课标Ⅰ，3，5 分）设命题 p：$\exists n\in\mathbf{N}$，$n^2>2^n$，则 $\neg p$ 为　（　）

A.$\forall n\in\mathbf{N}$，$n^2>2^n$　　B.$\exists n\in\mathbf{N}$，$n^2\leqslant 2^n$

C.$\forall n\in\mathbf{N}$，$n^2\leqslant 2^n$　　D.$\exists n\in\mathbf{N}$，$n^2=2^n$

三年模拟

答案 P421

1.★（2025 届天津和平三模，2）命题“$\exists x\in\mathbf{N}$，$x^2>1$”的否定是　（　）

A.$\forall x\notin\mathbf{N}$，$x^2<1$　　B.$\forall x\in\mathbf{N}$，$x^2<1$

C.$\forall x\notin\mathbf{N}$，$x^2\leqslant 1$　　D.$\forall x\in\mathbf{N}$，$x^2\leqslant 1$

2.★（2026 届江西景德镇联考，2）下列命题既是真命题又是存在量词命题的是　（　）

A.$\forall x\in\mathbf{Q}$，$\sqrt[3]{x^2}\in\mathbf{Q}$

B.$\exists x\in(0,1)$，$x^2=\sqrt{5}-1$

C.菱形的对角线互相垂直平分

D.在 40 到 50 之间至少有两个质数

3.★（2025 届江西师大附中三模，2）已知命题 p：$\forall\alpha\in\mathbf{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$，则下列结论正确的是　（　）

A.p 为真命题，且命题 p 的否定为 $\forall\alpha\in\mathbf{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\neq\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

B.p 为真命题，且命题 p 的否定为 $\exists\alpha\in\mathbf{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\neq\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

C.p 为假命题，且命题 p 的否定为 $\forall\alpha\in\mathbf{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\neq\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

D.p 为假命题，且命题 p 的否定为 $\exists\alpha\in\mathbf{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\neq\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

4.★★（2026 届广东广州花都调研，3）已知命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x+\cos x=2$；命题 q：$\forall x\in\mathbf{R}$，$e^{|x|}\geqslant 1$，则　（　）

A.p 真 q 真　　B.p 真 q 假

C.p 假 q 真　　D.p 假 q 假

5.★★（2026 届山东聊城调研，3）若 $\exists x\in\{x|-3\leqslant x\leqslant 3\}$，使得 $x-4a-13<0$ 成立，则实数 a 的取值范围是　（　）

A.$(-\infty,3)$　　B.$(-4,+\infty)$

C.$(-3,+\infty)$　　D.$(-\infty,-4)$

6.★★（2026 届江苏扬州七校联盟联考，6）已知命题 p：“$\exists x\in\mathbf{R}$，$ax^2+2ax-4\geqslant 0$”为假命题，则 a 的取值范围是　（　）

A.$(-4,0)$

B.$(-4,0]$

C.$(-\infty,-4)\cup(0,+\infty)$

D.$(-\infty,-4)\cup[0,+\infty)$

7.★★★（2025 届西南名校联盟“3+3+3”备考诊断性联考（四），6）已知命题：“$\exists x\in(0,+\infty)$，$2x^2-ax+1<0$”为假命题，则实数 a 的取值范围是　（　）

A.$(-\infty,2\sqrt{2}]$　　B.$(-\infty,2]$

C.$(-\infty,1]$　　D.$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$

8.★★★（2025 届贵州毕节第四次适应性考试，5）给出下列四个命题：

①$\forall x\in\mathbf{R}$，$\ln(2^x+1)>0$；

②$\exists x\in\mathbf{Q}$，$x^2=2$；

③$\forall x\in(0,+\infty)$，$\ln x\leqslant x-1$；

④将函数 $f(x)=\sqrt{2}\cos 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到 $g(x)=\cos 2x-\sin 2x$ 的图象．

其中真命题的个数为　（　）

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

9.★★★（2026 届黑龙江新时代教育联合体期中，8）若存在正数 x，使 $3^x(3x-a)<1$ 成立，则实数 a 的取值范围是　（　）

A.$[-3,+\infty)$　　B.$[-1,+\infty)$

C.$(-1,+\infty)$　　D.$(0,+\infty)$

1.3 不等式的性质与解法

考点1 不等式的性质

三年模拟 >> 答案 P422

1. ★ (2026 届重庆七校联盟第一次适应性考试,3) 若 $a,b,c\in\mathbf{R}$,则下列命题正确的是 ( )

A.若 $a>b>c$,则 $\frac{1}{a-c}<\frac{1}{b-c}$

B.若 $a>b$,则 $ac^2>bc^2$

C.若 $a<b<c<0$,则 $\frac{b}{a}>\frac{b+c}{a+c}$

D.若 $a>b$,则 $a^2>b^2$

2. ★★★ (2026 届北京清华大学附中月考,7) 若 (x_1,y_1),(x_2,y_2) 是函数 $y=\ln x$ 图象上两个不同的点,则下列结论中正确的是 ( )

A.$y_1<x_1-1$ B.$y_1-y_2>x_1-x_2$

C.$y_1+y_2<x_1+x_2$ D.$x_1x_2+y_1y_2>0$

3. ★★ 多选 (2026 届安徽皖豫名校联盟调研,9) 已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$,且 $a<b<0$,则 ( )

A.$a^2+c<b^2+c$ B.$a+c^2<b+c^2$

C.$a^2c>b^2c$ D.$ac^2-b<bc^2-a$

4. ★★ 多选 (2026 届河南 TOP 二十名校调研,9) 已知 $3<a<10,5<b<30$,则下列结论正确的有 ( )

A.$\frac{1}{2}<\frac{b}{a}<10$ B.$11<2a+b<50$

C.$2<b-a<20$ D.$\frac{23}{10}<\frac{a^2+2b}{b}<22$

考点2 不等式的解法

五年高考 >> 答案 P422

★★ (2025 全国二卷,4,5 分) 不等式 $\frac{x-4}{x-1}\geqslant 2$ 的解集是 ( )

A.$\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$ B.$\{x|x\leqslant -2\}$

C.$\{x|-2\leqslant x<1\}$ D.$\{x|x>1\}$

三年模拟 >> 答案 P422

1. ★★ (2026 届山西大学附中模块诊断,4) 若 $a<1$,则关于 x 的不等式 $\frac{2x+a}{x+1}<1$ 的解集为 ( )

A.$\{x|-1<x<1-a\}$ B.$\{x|x>1-a\}$

C.$\{x|a<x<1\}$ D.$\{x|x>1-a$ 或 $x<-1\}$

2. ★★ (2026 江苏连云港期中,4) 若关于 x 的不等式 $(m+1)x^2-mx+m-1>0$ 的解集为 $\varnothing$,则 m 的取值范围为 ( )

A.$\left(-\infty,-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right]$ B.$\left[\frac{3\sqrt{3}}{2},+\infty\right)$

C.$\left(-\infty,-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$ D.$\left[\frac{2\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$

3. ★★ (2026 届河南质量检测,6) 若命题 p:$\forall a\in[0,1]$,$ax^2-2x+a-1>0$ 为真命题,则实数 x 的取值范围是 ( )

A.$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ B.$(1,2)$

C.$(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$ D.$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$

4. ★★★ (2026 届江苏扬州高邮调研,6) 高斯,著名的数学家、文学家,是近代数学奠基者之一,享有“数学王子”之称.函数 $y=[x]$ 称为高斯函数,其中 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数,如 $[1.2]=1$,$[-1.2]=-2$,若 $\exists x\in\left[\frac{3}{2},\frac{7}{2}\right]$,使得 $[x]^2-m[x]+4>0$ 成立,则实数 m 的取值范围为 ( )

A.$(-\infty,4)$ B.$\left(-\infty,\frac{13}{3}\right)$

C.$\left(-\infty,\frac{65}{14}\right)$ D.$(-\infty,5)$

5. ★★★ 多选 (2025 届广东深圳模拟预测) 下列说法正确的是 ( )

A.不等式 $4x^2-5x+1>0$ 的解集是 $\left\{x\middle|x>\frac{1}{4}\text{或}x<1\right\}$

B.不等式 $2x^2-x-6\leqslant 0$ 的解集是 $\left\{x\middle|x\leqslant -\frac{3}{2}\text{或}x\geqslant 2\right\}$

C.若不等式 $ax^2+8ax+21<0$ 恒成立,则 a 的取值范围是 $\varnothing$

D.若关于 x 的不等式 $2x^2+px-3<0$ 的解集是 $(q,1)$,则 $p+q$ 的值为 $-\frac{1}{2}$

6. ★★ (2026 届河北保定期中,13) 不等式 $\frac{x^2}{x^2-4}\leqslant 1$ 的解集是_____.

第一章 集合、常用逻辑用语与不等式

1.1 集合

即练即清

1.(1)× (2)× (3)√ (4)√ (5)× 2.A 3.C

4.$\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$;$\{x|x<0$ 或 $x\geqslant 1\}$

考点 集合及其运算

典例1 B 解法一 列举法 元素 中寻找集合间关系.

由已知得 $A=\{\cdots,-7,-4,-1,2,5,11,\cdots\}$,

$B=\{\cdots,-13,-7,-1,5,11,17,\cdots\}$,故 $B\subseteq A$,故选 B.

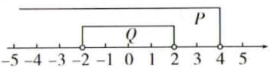
解法二 元素特征法 对 k 进行分类,从表达式中寻找集合间关系.

当 k 是偶数时,设 $k=2n,n\in\mathbf{Z}$,则集合 A 中的元素 $x=6n-1,n\in\mathbf{Z}$;

当 k 是奇数时,设 $k=2n+1,n\in\mathbf{Z}$,则集合 A 中的元素 $x=6n+2$,则 $B\subseteq A$,故选 B.

变式训练

1.B 由题意得 $Q=\{x|-2<x<2\}$,将集合 P,Q 表示在数轴上,如图所示,



可知 $Q\subsetneq P$,故选 B.

典例2 D 由题意得 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$,因为 $A\cup B=A$,所以 $B\subseteq A$,集合 B 可能为空集 况,对集合 B 分 论】

当 $a=0$ 时,$B=\varnothing$ 满足 $B\subseteq A$;

当 $a\neq 0$ 时,$B=\left\{\frac{2}{a}\right\}$,因为 $B\subseteq A$,所以 $\frac{2}{a}=2$ 或 $\frac{2}{a}=3$,解得 $a=1$ 或 $a=\frac{2}{3}$.

综上,a 的取值构成的集合为 $\left\{0,1,\frac{2}{3}\right\}$.

故选 D.

变式训练

2.D 由题知 $M=\{x|(x-2)^2\leqslant 1\}=\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$,非空集合 $N=\{x|1\leqslant x\leqslant a\}$,因为 $N\subseteq M$,所以 $1\leqslant a\leqslant 3$,故实数 a 的取值范围为 $[1,3]$.故选 D.

3.B 由 $A\cap B=B$ 得 $B\subseteq A$.

①若 $2a=1$,则 $a=\frac{1}{2}$,此时 $A=\left\{1,4,\frac{1}{4}\right\}$,$B=\{4,1\}$,满足 $B\subseteq A$,符合题意;

②若 $2a=4$,则 $B=\{4,4\}$,不满足集合中元素的互异性,故舍去;

③若 $2a=a^2$,则有 $a(a-2)=0$,解得 $a=0$ 或 $a=2$,

当 $a=0$ 时,$A=\{1,4,0\}$,$B=\{4,1\}$,满足 $B\subseteq A$,符合题意;

当 $a=2$ 时,$A=\{1,4,2\}$,$B=\{4,4\}$,不满足集合中元素的互异性,故舍去.

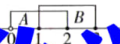
综上,实数 a 的取值集合为 $\left\{0,\frac{1}{2}\right\}$.

典例3 D 【注意分母不为0】由 $\frac{x-2}{x}\leqslant 0$ 得 $0<x\leqslant 2$,即 $A=\{x|0<x\leqslant 2\}$.

由 $|x-2|\leqslant 1$ 得 $-1\leqslant x-2\leqslant 1$,即 $1\leqslant x\leqslant 3$,

【注意分母不为0】由 $\frac{|x|}{b}\leqslant 1$ 得 $|x|\leqslant b$,$b>0$,则 $-b\leqslant x\leqslant b$,解得 $x\leqslant b$ 且 $x\geqslant -b$,即 $B=\{x|-b\leqslant x\leqslant b\}$,

将集合 A,B 表示在数轴上,如图,



由图可知 $b\geqslant 3$,即 $b\in[3,+\infty)$.故选 D.

变式训练

4.C 集合 $A=\{-1,1,2,3\}$,集合 $B=\{x|\ln x<1\}=\{x|0<x<e\}$,所以 $A\cap B=\{1,2\}$,故选 C.

5.A 因为 $U=A\cup B=\{x\in\mathbf{N}|1\leqslant x\leqslant 10\}$,所以 $U=A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$,

因为 $A\cap B=\{2,4,6,7\}$,$A\cap B$ 中有4个元素,所以 $A\cap B$ 的真子集的个数为 $2^4-1=15$.故选 A.

典例4 B 由已知可得 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$,$B=\left\{x\left|x\leqslant -\frac{a}{2}\right.\right\}$,

又 $\because A\cap B=\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$,

$\therefore -\frac{a}{2}=1$,$\therefore a=-2$.故选 B.

变式训练

6.C $\because A\cap B=\{1\}$,$\therefore 1\in B$,

$\therefore 1-4+m=0$,$\therefore m=3$.

由 $x^2-4x+3=0$,解得 $x=1$ 或 $x=3$,

$\therefore B=\{1,3\}$.经检验符合题意.故选 C.

典例5 B 设参加田赛的学生组成集合 A,参加径赛的学生组成集合 B,则 $\mathrm{card}(A)=14$,$\mathrm{card}(B)=15$,

由题意,知 $\mathrm{card}(A\cap B)=6$,

所以 $\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)=14+15-6=23$,

所以该班参加运动会的学生人数为 23.故选 B.

变式训练

7.B 设选择 A,B,C 三类项目的学生分别组成集合 A,B,C,由题意得,$\mathrm{card}(A)=25$,$\mathrm{card}(B)=20$,$\mathrm{card}(C)=18$,$\mathrm{card}(A\cap B)=6$,$\mathrm{card}(A\cap C)=4$,$\mathrm{card}(B\cap C)=3$.

因为全班同学每人至少选择一类项目且 同学同时选 三类项目,

所以这个班同学人数是 $\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(A\cap C)-\mathrm{card}(B\cap C)=25+20+18-6-4-3=50$.故选 B.

典例6 C 由题意知

$B_1=\{1,2,3\}$,$b_1=3$;$B_2=\{1,2,4\}$,$b_2=4$;

$B_3=\{1,2,5\}$,$b_3=5$;$B_4=\{2,3,4\}$,$b_4=4$;

$B_5=\{2,3,5\}$,$b_5=5$;$B_6=\{2,4,5\}$,$b_6=5$;

$B_7=\{3,4,5\}$,$b_7=5$;

$B_8=\{1,4,5\}$,$b_8=5$;$B_9=\{1,3,5\}$,$b_9=5$;

$B_{10}=\{1,3,4\}$,$b_{10}=4$,

则 $b_1+b_2+\cdots+b_{10}=3+4\times 3+5\times 6=45$.故选 C.

变式训练

8.D 由题意知 $a_4=6$,

又 $a_1<a_2<a_3<a_4$ 且 $A=B$,故

若 $0<a_1<a_2<a_3<a_4$,则 $a_4>a_4-a_1>a_4-a_2>a_4-a_3$,$a_3>a_3-a_1>a_3-a_2$,$a_2>a_2-a_1$,

此时 B 中存在大于 a_4 的元素 a_4-a_1,不符合题设;

若 $a_1<a_2<a_3<0<a_4$,则 $a_4>a_4-a_1>a_4-a_2>a_4-a_3$,$a_3>a_3-a_1>a_3-a_2$,$a_2>a_2-a_1>a_2$,

此时 B 中存在一个大于 a_4 的元素 a_4-a_1,不符合题设;

所以 $a_1=0<a_2<a_3<a_4=6$,则 $6>a_4-a_2>a_4-a_3>0$,$a_3=a_3-a_1>a_3-a_2>0$,$a_2=a_2-a_1>0$,

所以 $\begin{cases}a_4-a_2=a_3,\\ a_4-a_3=a_3-a_2=a_2,\end{cases}$ 可得 $a_2+a_3=6$ 且 $2a_2=a_3$ 且 $2a_3=a_2+6$,所以 $a_2=2$,$a_3=4$,

则 $a_1+a_2+a_3+a_4=0+2+4+6=12$.故选 D.

1.2 常用逻辑用语

即练即清

1.(1)√ (2)× (3)√ (4)×

2.必要

2027版 53高考总复习 A版 数学 精讲册答案解析

第一章 集合、常用逻辑用语与不等式

1.1 集合

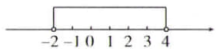
考点 集合及其运算

五年高考

1.D 因为$A=\{1,3\}$,$B=\{2,3,5\}$,所以$A\cup B=\{1,2,3,5\}$,又全集$U=\{1,2,3,4,5\}$,所以$\complement_U(A\cup B)=\{4\}$.故选D.

2.B 因为集合$U=\{1,2,3,4,5,6\}$,$B=\{2,3,4\}$,所以$\complement_U B=\{1,5,6\}$,又$A=\{1,3,6\}$,所以$A\cap\complement_U B=\{1,6\}$.故选B.

3.B 在数轴上表示出集合A,如图,由图知$A\cap B=\{2,3\}$.



4.C 由题意知,$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$,$A=\{1,3,5\}$,则$\complement_U A=\{2,4,6,7,8\}$,共有5个元素,故选C.

5.A 由题意知$M=\{2,4,5\}$,故选A.

6.D 解不等式$2x-1>5$,可得$M=\{x|x>3\}$,故$M\cap N=\varnothing$,故选D.

7.D $\because x^3=x$,$\therefore x=0$或$x=\pm1$,即$B=\{0,1,-1\}$,又$A=\{-4,0,1,2,8\}$,$\therefore A\cap B=\{0,1\}$,故选D.

8.B 由$|x-1|\leqslant1$得$-1\leqslant x-1\leqslant1$,即$0\leqslant x\leqslant2$,则$B=\{x|0\leqslant x\leqslant2\}$,$\therefore A\cap B=\{1,2\}$,故选B.

9.C 由$x^2-x-6\geqslant0$得$x\geqslant3$或$x\leqslant-2$,$\therefore N=\{x|x\geqslant3$或$x\leqslant-2\}$,因此$M\cap N=\{-2\}$,故选C.

10.A 因为$A=\{x\in\mathbb{Z}|-\sqrt{5}<x<\sqrt{5}\}=\{-1,0,1,2\}$,且注意到$1<\sqrt{5}<2$,所以$A\cap B=\{-1,0\}$.故选A.

11.D $\because A=\{1,2,3,4,5,9\}$,$B=\{x|\sqrt{x}\in A\}$,$\therefore B=\{1,4,9,16,25,81\}$,$\therefore A\cap B=\{1,4,9\}$,$\therefore\complement_A(A\cap B)=\{2,3,5\}$,故选D.

12.D 由题意可知,$M=\{x|0\leqslant x<16\}$,$N=\left\{x\middle|x\geqslant\frac{1}{3}\right\}$,故$M\cap N=\{x|0\leqslant x<16\}\cap\left\{x\middle|x\geqslant\frac{1}{3}\right\}=\left\{x\middle|\frac{1}{3}\leqslant x<16\right\}$.故选D.

13.C 满足$x,y\in\mathbf{N}^*$,$y\geqslant x$,且$x+y=8$的元素(x,y)有$(1,7)$,$(2,6)$,$(3,5)$,$(4,4)$,共4个,故$A\cap B$中元素的个数为4,故选C.

14.B 若$a-2=0$,则$a=2$,此时$A=\{0,-2\}$,$B=\{1,0,2\}$,不满足$A\subseteq B$;若$2a-2=0$,则$a=1$,此时$A=\{0,-1\}$,$B=\{1,-1,0\}$,满足$A\subseteq B$.故选B.

15.A 集合M中的元素是被3除余1的数,集合N中的元素是被3除余2的数,所以集合$\complement_U(M\cup N)$中的元素是被3整除的数,即$\complement_U(M\cup N)=\{x|x=3k,k\in\mathbb{Z}\}$.故选A.

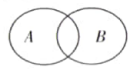
16.C 解法一 解不等式进行分类讨论,从不等式中寻找集合间关系.

当n是偶数时,设$n=2k,k\in\mathbb{Z}$,则$s=2n+1=4k+1,k\in\mathbb{Z}$是奇数,$t=4n+2=4k+2,k\in\mathbb{Z}$,则$T\subsetneq S$,则$T\cap S=T$,故选C.

解法二 列举法 从元素中寻找集合间关系.

由已知得$S=\{\cdots,-3,1,5,\cdots\}$,$T=\{\cdots,-3,1,5,9,\cdots\}$,$T\subsetneq S$,所以$T\cap S=T$,故选C.

17.C 如图,设集合A表示喜欢足球的学生,集合B表示喜欢游泳的学生,集合$A\cap B$占A的x,占B的y,则$A\cup B$占比为$60\%+82\%-x=96\%$,解得$x=46\%$,故选C.



三年模拟

1.A 由题意得$A=\{0,3\}$,则$2\notin A$,$3\in A$,$1\notin A$.故选A.

2.B 由题意得$N=\{x|x=2k,k\in\mathbb{Z}\}$,则$M\cap N=\{2,4,6\}$.故选B.

3.B 由题意知$A=(-1,3)$,$B=[-2,2]$,则$A\cup B=[-2,3)$,故选B.

4.A $B=\{x|x^2-3x-4<0,x\in\mathbf{N}\}=\{x|(x+1)(x-4)<0,x\in\mathbf{N}\}=\{x|-1<x<4,x\in\mathbf{N}\}=\{0,1,2,3\}$,

又$A=\{1,2\}$,则满足$A\subseteq C\subseteq B$的集合C有$\{1,2\}$,$\{0,1,2\}$,$\{1,2,3\}$,$\{0,1,2,3\}$,共4个.故选A.

5.C 因为$x\in A$,$y\in B$,$A=\{1,2\}$,$B=\{3,6\}$,所以xy可能为$1\times3=3$,$1\times6=6$,$2\times3=6$,$2\times6=12$,所以$C=\{3,6,12\}$的元素个数为3.故选C.

6.C 当$a=2$时,$A=\{1,2,4\}$,$B=\{1,2\}$,满足$B\subseteq A$.当$a^2=a$,即$a=0$或$a=1$时,若$a=0$,则$A=\{0,1,2\}$,$B=\{0,1\}$,满足$B\subseteq A$;若$a=1$,显然不满足集合中元素的互异性.

综上,$a=0$或$a=2$.故选C.

7.A 由$U=\{1,2,3,4,5\}$,$\complement_U B=\{3,4\}$,得$B=\{1,2,5\}$,又$A=\{1,3,4\}$,所以$A\cap B=\{1\}$.故选A.

8.D 由题意知N中的元素有0,1,4,即$N=\{0,1,4\}$,所以$M\cap N=\{0,1\}$.故选D.

9.D 对于A,集合$\{\varnothing\}$有一个元素$\varnothing$,A不符合题意;对于B,集合$\{0\}$有一个元素0,故B不符合题意;

对于C,$x^2+x-1=0$的判别式$\Delta=1+4=5>0$,所以该方程有两个不相等的实数根,所以集合$\{x\in\mathbf{R}|x^2+x-1=0\}$有两个元素,故C不符合题意;

对于D,$x^2+x+1=0$的判别式$\Delta=1-4=-3<0$,所以该方程没有实数根,

所以集合$\{x\in\mathbf{R}|x^2+x+1=0\}$是空集,故D符合题意.故选D.

10.B 若$A\cap B=B$,则$B\subseteq A$,所以$a+2=3$或$a+2=a^2$.

当$a+2=3$时,$a=1$,则$A=\{1,3,1\}$,不满足集合中元素的互异性,不符合题意;

当$a+2=a^2$时,$a^2-a-2=0$,即$(a+1)(a-2)=0$,解得$a=-1$或$a=2$,

若$a=-1$,则$A=\{1,3,1\}$,$B=\{1,1\}$,不满足集合中元素的互异性,不符合题意;

若$a=2$,则$A=\{1,3,4\}$,$B=\{1,4\}$,符合题意.

综上,$a=2$.故选B.

11.A 题图中阴影部分表示的集合为$(\complement_U A)\cap B$.因为$\complement_U A=\{1,3,4,6,8\}$,$B=\{5,6,7,8\}$,所以$(\complement_U A)\cap B=\{6,8\}$,故选A.

12.D 由题意得$N\subseteq\{1,2,3,4,16\}$且$\{4,16\}\subseteq N$,满足条件的N的个数即为$\{1,2,3\}$的子集个数,因此满足条件的N的个数为8.

13.C $2\leqslant2^{2-x}<8\Rightarrow1\leqslant2-x<3$,解得$-1<x\leqslant1$,因此$A=\{0,1\}$,$\log_2x>1\Rightarrow x>2$,因此$\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x\leqslant2\}$,故$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{0,1\}$,含2个元素,故选C.

14.C 由A中元素的互异性,得$a\neq0$,$a\neq a^2$,即$a\neq0$且$a\neq1$,

2027版
53高考总复习
A版
数学
精练册答案解析