基础就是硬道理

题精·书薄·价低·高效

备战2027新高考

高考数学

小题狂做®

恩波教育研究中心 编

基础篇

新课标

考点过关+阶段温习

一轮复习练基础，高考提分有保障

- 注重基础知识与基本方法，难度适中
- 题型全面，多角度考查，训练思维
- 典型题变式拓展，学会迁移，练透本质

小帮手 配

南京大学出版社

Contents 目录

第一章　集合与常用逻辑用语

考点过关 1　集合的概念与运算 …… 1
考点过关 2　常用逻辑用语 …… 3

第二章　不等式

考点过关 3　不等关系与不等式的性质 …… 5
考点过关 4　基本不等式 …… 7
考点过关 5　二次函数与一元二次不等式 …… 9
阶段温习一　考点 1～5 …… 11

第三章　函数

考点过关 6　函数的概念及其表示 …… 13
考点过关 7　函数的基本性质 …… 15
考点过关 8　指数函数、对数函数与幂函数 …… 17
考点过关 9　函数的图象 …… 19
考点过关 10　函数与方程 …… 21
考点过关 11　函数的综合应用 …… 23
阶段温习二　考点 1～11 …… 25

第四章　导数及其应用

考点过关 12　导数的概念与运算 …… 27
考点过关 13　导数与函数的单调性 …… 29
考点过关 14　导数与函数的极(最)值 …… 31
考点过关 15　导数的综合应用 …… 33
阶段温习三　考点 1～15 …… 35
大题过关一　函数与导数(1) …… 37
大题过关二　函数与导数(2) …… 39

第五章　三角函数与解三角形

考点过关 16　三角函数的概念与同角关系式、诱导公式 …… 41
考点过关 17　两角和、两角差与二倍角的三角函数 …… 43
考点过关 18　三角函数的图象与性质 …… 45
考点过关 19　解三角形及其应用 …… 47
考点过关 20　三角函数的综合问题 …… 49
大题过关三　三角函数与解三角形(1) …… 51
大题过关四　三角函数与解三角形(2) …… 53

第六章　平面向量与复数

考点过关 21　平面向量的概念及线性运算 …… 55
考点过关 22　平面向量基本定理及向量的坐标表示 …… 57
考点过关 23　平面向量的数量积 …… 59
考点过关 24　复数的概念与运算 …… 61

阶段温习四　考点 1～24 …… 63

第七章　数列

考点过关 25　数列的概念及简单表示 …… 65
考点过关 26　等差数列 …… 67
考点过关 27　等比数列 …… 69
考点过关 28　数列的通项与求和 …… 71
考点过关 29　数列的综合问题 …… 73
阶段温习五　考点 1～29 …… 75
大题过关五　数列(1) …… 77
大题过关六　数列(2) …… 79

第八章　立体几何初步

考点过关 30　空间几何体的表面积与体积 …… 81
考点过关 31　平面基本性质及空间两条直线的位置关系 …… 83
考点过关 32　直线、平面平行的判定与性质 …… 85
考点过关 33　直线、平面垂直的判定与性质 …… 87
考点过关 34　空间向量的应用 …… 89
考点过关 35　立体几何的综合问题 …… 91
阶段温习六　考点 1～35 …… 93
大题过关七　立体几何初步(1) …… 95
大题过关八　立体几何初步(2) …… 97

第九章　平面解析几何

考点过关 36　直线的方程 …… 99
考点过关 37　圆的方程、直线与圆及圆与圆的位置关系 …… 101
考点过关 38　椭圆 …… 103
考点过关 39　双曲线 …… 105
考点过关 40　抛物线 …… 107
考点过关 41　圆锥曲线的综合 …… 109
阶段温习七　考点 1～41 …… 111
大题过关九　平面解析几何(1) …… 113
大题过关十　平面解析几何(2) …… 114

第十章　统计与概率

考点过关 42　抽样方法与总体分布的估计 …… 116
考点过关 43　计数原理与排列、组合 …… 118
考点过关 44　二项式定理 …… 120
考点过关 45　随机事件与古典概型 …… 122
考点过关 46　事件的相互独立性、条件概率与全概率公式 …… 124
考点过关 47　离散型随机变量及其分布列、均值与方差 …… 126
考点过关 48　二项分布、超几何分布及正态分布 …… 128
考点过关 49　一元线性回归模型　列联表与独立性检验 …… 130
考点过关 50　概率与统计综合问题 …… 133
阶段温习八　考点 1～50 …… 135
大题过关十一　概率与统计(1) …… 137
大题过关十二　概率与统计(2) …… 139

答案详析(含核心笔记,另册)
小帮手(小题常见解法,另册)

第一章　集合与常用逻辑用语

考点过关 1　集合的概念与运算

满分：73 分　时间：45 分钟　答案见 P1

考查要点

集合的概念与表示，集合与元素的关系，集合与集合的关系，集合的运算

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

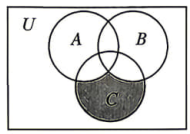
1. (2025 江苏苏锡常镇调研(二))已知集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{x\mid 0<\log_2 x<2\}$，则 $A\cap B=$（　）

A. $\{2,3\}$　　B. $\{2,3,4\}$　　C. $\{1,2,3\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

2. (2026 江苏苏州期初)若集合 $A=\{x\mid mx^2-4x+2=0\}$ 有 2 个子集，则实数 m 的值为（　）

A. 1　　B. 2　　C. 0 或 2　　D. 1 或 2

3. (2026 湖南长沙月考)如图，U 为全集，A，B，C 为 U 的子集，则阴影部分所表示的集合为（　）



A. $(A\cup B)\cap C$　　B. $(\complement_U A)\cup(B\cap C)$　　C. $(\complement_U A)\cap(B\cup C)$　　D. $(\complement_U(A\cup B))\cap C$

4. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{x\mid x=n^2,n\in A\}$，则 $A\cap B$ 的子集个数为（　）

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

5. (2025 湖北武汉四调)已知集合 $A=\{x\mid x^2-4x\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid -3<x\leqslant 4\}$，则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=$（　）

A. $(0,4)$　　B. $[-3,4]$　　C. $(-3,0)$　　D. $[4,+\infty)$

6. 设集合 $M=\left\{x\middle|\frac{1}{x-1}\leqslant -1\right\}$，$N=\{x\mid x^2-x\leqslant 0\}$，则（　）

A. $M\subsetneqq N$　　B. $N\subsetneqq M$

C. $N=M$　　D. $N\cap M=\varnothing$

7. (2025 江苏南通如皋、连云港调研)已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 A，B 满足 $A\subseteq(A\cap B)$，则下列关系一定正确的是（　）

A. $A=B$　　B. $B\subseteq A$

C. $A\cap(\complement_U B)=\varnothing$　　D. $(\complement_U A)\cap B=\varnothing$

8. 给定集合 A，若对于任意 a，$b\in A$，有 $a+b\in A$，且 $a-b\in A$，则称集合 A 为闭集合. 下列结论正确的个数是（　）

①集合 $A=\{-4,-2,0,2,4\}$ 为闭集合；

②集合 $A=\{n\mid n=3k,k\in\mathbf{Z}\}$ 为闭集合；

③若集合 A_1，A_2 为闭集合，则 $A_1\cup A_2$ 为闭集合；

④若集合 A_1，A_2 为闭集合，且 $A_1\subseteq\mathbf{R}$，$A_2\subseteq\mathbf{R}$，则存在 $c\in\mathbf{R}$，使得 $c\notin(A_1\cup A_2)$.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

成长记录

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. (2025 山东青岛开学考试)下列各组中，M,P 表示不同集合的是 (　　)

A. $M=\{3,-1\},P=\{(3,-1)\}$

B. $M=\{(3,1)\},P=\{(1,3)\}$

C. $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\},P=\{x\mid x=t^2+1,t\in\mathbf{R}\}$

D. $M=\{y\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\},P=\{(x,y)\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$

10. (2026 山东曲阜月考)若集合 $M=\{x\mid -3<x<1\},N=\{x\mid x\leqslant 3\}$，则集合 $\{x\mid x\leqslant -3 \text{ 或 } x\geqslant 1\}=$ (　　)

A. $M\cap N$　　B. $\complement_{\mathbf{R}}M$　　C. $\complement_{\mathbf{R}}(M\cap N)$　　D. $\complement_{\mathbf{R}}(M\cup N)$

11. (2026 江苏泰州期中)对任意集合 $A,B\subseteq\mathbf{R}$，记 $A\oplus B=\{x\mid x\in A\cup B,x\notin A\cap B\}$，并称 $A\oplus B$ 为集合 A,B 的对称差. 例如：若 $A=\{1,2,3\},B=\{2,3,4\}$，则 $A\oplus B=\{1,4\}$. 下列命题为真命题的是 (　　)

A. 若 $A,B\subseteq\mathbf{R}$ 且 $A\oplus B=B$，则 $A=\varnothing$　　B. 若 $A,B\subseteq\mathbf{R}$ 且 $A\oplus B=\varnothing$，则 $A=B$

C. 若 $A,B\subseteq\mathbf{R}$ 且 $A\oplus B\subseteq A$，则 $A\subseteq B$　　D. 存在 $A,B\subseteq\mathbf{R}$，使得 $A\oplus B\neq\complement_{\mathbf{R}}A\oplus\complement_{\mathbf{R}}B$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. (2025 江苏南京开学考试)已知集合 $A=\left\{x,\frac{y}{x},1\right\},B=\{x^2,x+y,0\}$. 若 $A=B$，则 $x^{2017}+y^{2018}=$_____.

类题拓展

若集合 $M=\{x\mid (m-1)x^2-4x+2=0\}$ 为空集，则实数 m 的取值范围是_____.

13. (2026 江苏常州期初)若集合 $M=\{x\mid (m-1)x^2-4x+2=0\}$ 中只有一个元素，则实数 m 的所有可能值的和为_____.

14. 定义集合 $P=\{p\mid a\leqslant p\leqslant b\}$ 的“长度”是 $b-a$，其中 $a,b\in\mathbf{R}$. 已知集合 $M=\left\{x\,\middle|\, m\leqslant x\leqslant m+\frac{1}{2}\right\}$，$N=\left\{x\,\middle|\, n-\frac{3}{5}\leqslant x\leqslant n\right\}$，且 M,N 都是集合 $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$ 的子集，那么集合 $M\cap N$ 的“长度”的最小值是_____；若 $m=\frac{6}{5}$，集合 $M\cup N$ 的“长度”大于 $\frac{3}{5}$，则 n 的取值范围是_____. (本题第一空 2 分，第二空 3 分)

考点过关 2　常用逻辑用语

满分：73 分　时间：45 分钟　答案见 P2

考查要点

命题及其真假判断，充分条件，必要条件，充要条件，量词及其否定

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1. (2025 广东一模)已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，则“$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”是“$\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{b}^2$”的　(　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. (2025 山东青岛二检)命题“$\forall x>y, x^2>y^2$”的否定为　(　)

A. $\forall x>y, x^2\leqslant y^2$　　B. $\forall x<y, x^2\leqslant y^2$

C. $\exists x<y, x^2\leqslant y^2$　　D. $\exists x>y, x^2\leqslant y^2$

3. (2025 江苏徐州、淮安、宿迁、连云港一调)设 p：$4x-3<1$；q：$x-(2a+1)<0$，若 p 是 q 的充分不必要条件，则　(　)

A. $a>0$　　B. $a>1$　　C. $a\geqslant 0$　　D. $a\geqslant 1$

4. 阅读下段文字：“已知$\sqrt{2}$为无理数，若$(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$为有理数，则存在无理数 $a=b=\sqrt{2}$，使得 a^b 为有理数；若$(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$为无理数，则取无理数 $a=(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$，$b=\sqrt{2}$，此时 $a^b=[(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}]^{\sqrt{2}}=(\sqrt{2})^{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=(\sqrt{2})^2=2$ 为有理数.”依据这段文字可以证明的结论是　(　)

A. $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$是有理数

B. $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$是无理数

C. 存在无理数 a，b，使得 a^b 为有理数

D. 对任意无理数 a，b，都有 a^b 为无理数

5. (2025 河北唐山一模)已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}, x^2>0$，命题 q：$\exists x>0, \ln x<0$，则　(　)

A. p 和 q 都是真命题

B. p 是假命题，q 是真命题

C. p 是真命题，q 是假命题

D. p 和 q 都是假命题

6. 命题 p：$\exists x\in[1,3], x^2-ax+3>0$，则 p 的一个必要不充分条件是　(　)

A. $a<5$　　B. $a>5$　　C. $a<4$　　D. $a>4$

7. (2025 湖北八市联考)已知圆 C：$(x-1)^2+y^2=1$ 和直线 l：$y=kx-\sqrt{3}$，则“$k>\frac{\sqrt{3}}{3}$”是“直线 l 与圆 C 有公共点”的　(　)

A. 充要条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 若命题“$\exists x_0\in\mathbf{R}$，使得 $x_0^2+mx_0+2m-3<0$”为假命题，则实数 m 的取值范围是　(　)

A. $[2,6]$　　B. $[-6,-2]$

C. $(2,6)$　　D. $(-6,-2)$

▶变式练透

命题 p：$\forall x\in[1,3], x^2-ax+3>0$，则 p 成立的一个必要不充分条件是_____.

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. (2026 湖南衡阳期中)下列说法正确的是 (　　)

A. $\forall n\in\mathbf{Z}, n^2+n$ 为偶数　　B. $\forall x\in\mathbf{R}, x+|x|>0$

C. 若 xy 为无理数，则 x, y 为无理数　　D. "$A\cup B=A$"是"$B\subseteq A$"的充要条件

10. (2025 湖南长沙一中模拟)下列命题是真命题的有 (　　)

A. "$x\neq 1$"是"$|x|\neq 1$"的必要不充分条件

B. "若 $x+y\geqslant 6$，则 x, y 中至少有一个大于 3"的否命题

C. $\exists x\in\mathbf{R}, 2^x<x^2$

D. 命题"$\exists x<0, x^2-x-2<0$"的否定是"$\forall x\geqslant 0, x^2-x-2\geqslant 0$"

11. (2025 福建莆田模拟)若"$\forall x\in M, |x|>x$"为真命题，"$\exists x\in M, x>3$"为假命题，则集合 M 可以是 (　　)

A. $(-\infty,-5)$　　B. $(-3,-1]$

C. $(3,+\infty)$　　D. $[0,3]$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. (2025 江苏徐州中学期中)已知集合 $A=\left\{x\left|\log_{\frac{1}{2}}(x+2)<0\right.\right\}$，集合 $B=\{x|(x-a)(x-b)<0\}$. 若"$a=-3$"是"$A\cap B\neq\varnothing$"的充分条件，则实数 b 的取值范围是_____.

13. 已知 p 是 r 的充分不必要条件，q 是 r 的充分条件，s 是 r 的必要条件，q 是 s 的必要条件，现有下列命题：

①s 是 q 的充要条件；

②p 是 q 的充分不必要条件；

③r 是 q 的必要不充分条件；

④r 是 s 的充分不必要条件.

其中，真命题的序号是_____.

14. (2026 湖南湘潭一模)用实数 m($m=0$ 或 $m=1$)表示命题 p 的真假，其中"$m=0$"表示命题 p 为假命题，"$m=1$"表示命题 p 为真命题. 设命题 p：$\forall x\in\mathbf{Z}, \left|x-\frac{1}{2}\right|+\left|x-\frac{2}{3}\right|\geqslant a(a\in\mathbf{R})$.

(1) 当 $a=2$ 时，$m=$_____；

(2) 当 $m=1$ 时，实数 a 的取值范围是_____.

第二章　不等式

考点过关 3　不等关系与不等式的性质

满分：73 分　时间：45 分钟　答案见 P3

考查要点
不等式作差证明，不等式的性质及其应用

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1. (2026 广东佛山阶段练习)若 $0<x<y<1$，则 (　　)

A. $0<x-y<1$　　B. $x+y>2$

C. $\frac{1}{y}>\frac{1}{x}>1$　　D. $xy<x$

2. (2025 江西南昌期中)甲、乙两人同时从 A 地出发沿同一路线到达 B 地，所用的时间分别为 t_1，t_2，甲有一半的时间以速度 m 行走，另一半的时间以速度 n 行走，乙有一半的路程以速度 m 行走，另一半的路程以速度 n 行走，且 $m\neq n$，则 (　　)

A. $t_1>t_2$　　B. $t_1<t_2$

C. $t_1=t_2$　　D. t_1，t_2 的大小不能确定

3. (2026 江苏南师附中期初)已知 $0<a<1$，则 (　　)

A. $a^2>\frac{1}{a}>a>-a$　　B. $a>a^2>\frac{1}{a}>-a$

C. $\frac{1}{a}>a>a^2>-a$　　D. $\frac{1}{a}>a^2>a>-a$

4. (2025 陕西咸阳期中)若 $ab>a^2$，且 a，$b\in(0,1)$，则下列不等式一定正确的是 (　　)

A. $\frac{1}{b}<\frac{1}{b-a}$　　B. $ab>b^2$

C. $1+ab<a+b$　　D. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

5. (2025 四川南充开学考试)已知 $x>y>z$，$x+y+z=0$，则下列不等式一定成立的是 (　　)

A. $xy>yz$　　B. $xy>xz$

C. $xz>yz$　　D. $x|y|>|y|z$

6. (2025 江苏宿迁中学期中)已知 a，$b\in\mathbf{R}$，则 $\begin{cases}a>2,\\b>3\end{cases}$ 是 $\begin{cases}a+b>5,\\ab>6\end{cases}$ 的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

7. (2026 山东济南期中)某超市计划提高某商品的售价，已知 $m>n>0$，下列方案中，使该商品的售价最高的是 (　　)

A. 先提价 $m\%$，再提价 $n\%$　　B. 先提价 $n\%$，再提价 $m\%$

C. 提价两次，每次都提价 $\left(\frac{m+n}{2}\right)\%$　　D. 一次性提价 $(m+n)\%$

8. (2026 四川成都期末)两人共同参加一个游戏，游戏规则如下：其中一人在集合 $A=\{x^3,x^2y,xy^2,y^3\}(x>0,y>0$ 且 $x\neq y)$ 中任取 2 个元素并求和，剩下 2 个元素给另一个人并求和，和大者为胜. 为保证必胜，先取的人应取的 2 个元素是 (　　)

A. x^3，x^2y　　B. x^3，xy^2

C. x^3，y^3　　D. x^2y，xy^2

类题拓展
若关于 x 的方程 $x^2+(m-2)x+5-m=0$ 的两根都大于 2，则实数 m 的取值范围是_____.

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. (2025 江西景德镇开学考试)已知 $a>b>0$，则使得 $\frac{a+c}{a}>\frac{b+c}{b}$ 成立的充分条件可以是 (　　)

A. $c=-2$　　B. $c=-1$

C. $c=1$　　D. $c=2$

10. (2025 河南郑州期中)已知 $a,b,c,d\in\mathbf{R}$，则下列说法正确的是 (　　)

A. 若 $a>b,c>d$，则 $ac>bd$

B. 若 $bc-ad>0,bd>0$，则 $\frac{a+b}{b}<\frac{c+d}{d}$

C. 若 $a<b<0$，则 $\frac{b}{a}<\frac{a}{b}$

D. 若 $a>b,\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，则 $a>0,b<0$

11. (2026 河南洛阳一模)设实数 a,b 满足 $1\leqslant ab\leqslant 4,4\leqslant\frac{a}{b}\leqslant 9$，则 (　　)

A. $2\leqslant|a|\leqslant 6$　　B. $1\leqslant|b|\leqslant 3$

C. $4\leqslant a^3b\leqslant 144$　　D. $1\leqslant ab^3\leqslant 4$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. (2026 江西南昌期初)设 $a\geqslant 0,b\geqslant 0,a+b=1$. 将 $a^2,b^2,2ab$ 这三者中的最大值记为 M. 当 a,b 变化时，M 的最小值是_____.

13. 新题型·构造实例题 若 a,b 同时满足下列两个条件：①$a+b>ab$；②$\frac{1}{a+b}>\frac{1}{ab}$. 请写出一组 a,b 的值：_____.

14. (2025 浙江杭州一模)对 x,y 定义一种新运算 T，规定：$T(x,y)=\frac{ax+by}{2x+y}$(其中 a,b 均为非零常数)，这里等式右边是通常的四则运算，例如，$T(0,1)=\frac{a\times 0+b\times 1}{2\times 0+1}=b$. 已知 $T(1,-1)=-2$，$T(4,2)=1$，若关于 m 的不等式组 $\begin{cases}T(2m,5-4m)\leqslant 4,\\ T(m,3-2m)>P\end{cases}$ 恰好有 3 个整数解，则实数 P 的取值范围是_____.

考点过关 4　基本不等式

满分：73 分　时间：45 分钟　答案见 P4

考查要点
基本不等式，基本不等式的应用

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1. (2026 河北沧州一模)已知四个数 $a=\frac{\lg 2+\lg 5}{2}$，$b=\sqrt{\lg 2\cdot\lg 5}$，$c=\lg 2$，$d=\lg 5$，其中最小的是 (　　)

A. a　　B. b　　C. c　　D. d

2. 在下列函数中，最小值是 2 的为 (　　)

A. $y=x+\frac{1}{x}$

B. $y=3^x+3^{-x}$

C. $y=\ln x+\frac{1}{\ln x}(1<x<\mathrm{e})$

D. $y=\sin x+\frac{1}{\sin x}\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$

3. (2025 重庆一调)已知 $a>0$，$b>0$，则使 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant 4$ 成立的一个必要不充分条件是 (　　)

A. $a^2+b^2=1$

B. $a+b\geqslant 4ab$

C. $a+b=1$

D. $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\geqslant 8$

4. 函数 $y=\frac{x^2+2x+2}{x+1}(x>-1)$ 的图象的最低点的坐标是 (　　)

A. $(1,2)$

B. $(1,-2)$

C. $(1,1)$

D. $(0,2)$

5. (2025 陕西榆林联考)早在西元前 6 世纪，毕达哥拉斯学派已经知道算术中项、几何中项以及调和中项，毕达哥拉斯学派哲学家阿契塔在《论音乐》中定义了上述三类中项，其中算术中项、几何中项的定义与今天大致相同. 若 $2^a+2^b=1$，则 $(4^a+1)(4^b+1)$ 的最小值为 (　　)

A. $\frac{25}{4}$

B. $\frac{9}{16}$

C. $\frac{9}{4}$

D. $\frac{25}{16}$

6. 已知实数 x，y 满足 $x^2+4y^2=5$，则 $x+2y$ 的最大值是 (　　)

A. $\sqrt{10}$

B. $\sqrt{5}$

C. 6

D. 3

7. (2025 湖南衡阳期末)若 $m>2n>0$，则 $\frac{m}{m-2n}+\frac{m}{n}$ 的最小值为 (　　)

A. $3+2\sqrt{2}$

B. $3-2\sqrt{2}$

C. $2+3\sqrt{2}$

D. $3\sqrt{2}-2$

8. (2025 山东济南期末)已知随机变量 $\xi\sim N(2,\sigma^2)$，且 $P(\xi\leqslant a-3b)=P(\xi\geqslant b)$，则当 $b<x<\frac{a}{2}$ 时，$\frac{1}{a-2x}+\frac{1}{x-b}$ 的最小值为 (　　)

A. $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{7}{4}$　　D. $\frac{9}{4}$

好解析就是好老师！

备战2027新高考

高考数学

小题狂做®

基础篇

新课标

核心笔记与答案详析

【核心笔记】不照搬教材上的概念、公式、定理，侧重从解题的角度给出要点。

【答案详析】解析详细、规范，典型题、重难题重点解析。

答案详析

考点过关1　集合的概念与运算

1. A　由$0<\log_2 x<2$，得$\log_2 1<\log_2 x<\log_2 4$，所以$1<x<4$，即$B=\{x|1<x<4\}$. 又$A=\{1,2,3,4,5\}$，所以$A\cap B=\{2,3\}$.

2. C　因为集合$\{x|mx^2-4x+2=0\}$有2个子集，所以集合A有且只有1个元素. 当$m=0$时，$A=\{x|-4x+2=0\}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，符合题意；当$m\neq 0$时，则关于$x$的一元二次方程$mx^2-4x+2=0$有两个相等的实数根，所以$\Delta=(-4)^2-4m\times 2=16-8m=0$，解得$m=2$. 综上所述，$m=0$或$m=2$.

3. D　由题图可知，阴影部分所表示的集合为集合A与集合B的并集在全集U中的补集再与集合C求交集，用符号表示为$(\complement_U(A\cup B))\cap C$，即D符合，其他选项均不符合.

4. B　$A\cap B=\{1,4\}$，其子集个数为$2^2=4$.

5. C　由题意，得$A=\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$，所以$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{x|x<0$或$x>4\}\cap\{x|-3<x\leqslant 4\}=(-3,0)$.

6. A　由题意得$M=\{x|0\leqslant x<1\}$，$N=\{x|x^2-x\leqslant 0\}=\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$，得$M\subsetneqq N$.

7. C　由$A\subseteq(A\cap B)$，可得$A\subseteq B$，当A为B的真子集时，选项A，B，D都不成立；$A\cap(\complement_U B)=\varnothing$恒成立，故选项C正确.

8. C　①因为$4-(-2)=6\notin\{-4,-2,0,2,4\}$，故错误；②设$a=3k_1(k_1\in\mathbf{Z})$，$b=3k_2(k_2\in\mathbf{Z})$，则$a+b=3k_1+3k_2=3(k_1+k_2)\in A$，$a-b=3k_1-3k_2=3(k_1-k_2)\in A$，故正确；③设$A_1=\{n|n=3k,k\in\mathbf{Z}\}$，易得$A_2=\{n|n=5k,k\in\mathbf{Z}\}$为闭集合，则$3\in A_1$，$5\in A_2$，$3+5\notin(A_1\cup A_2)$，故错误；④设$A_1=\{n|n=3k,k\in\mathbf{Z}\}$，$A_2=\{n|n=5k,k\in\mathbf{Z}\}$，则$A_1\subseteq\mathbf{R}$，$A_2\subseteq\mathbf{R}$，存在$3+5\notin(A_1\cup A_2)$，故正确.

9. ABD　选项A中，M是由3，-1两个元素构成的集合，而集合P是由点$(3,-1)$构成的集合，$M\neq P$；选项B中，$(3,1)$与$(1,3)$表示不同的点，故$M\neq P$；选项C中，$M=\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}=[1,+\infty)$，$P=\{x|x=t^2+1,t\in\mathbf{R}\}=[1,+\infty)$，故$M=P$；选项D中，$M$是二次函数$y=x^2-1,x\in\mathbf{R}$的所有因变量组成的集合，即值域，而集合$P$是二次函数$y=x^2-1,x\in\mathbf{R}$图象上所有点组成的集合，即一条曲线，$M\neq P$.

10. BC　因为集合$M=\{x|-3<x<1\}$，$N=\{x|x\leqslant 3\}$，所以$M\cap N=\{x|-3<x<1\}$，$M\cup N=\{x|x\leqslant 3\}$，$\complement_{\mathbf{R}}M=\{x|x\leqslant -3$或$x\geqslant 1\}$，所以$\complement_{\mathbf{R}}(M\cap N)=\{x|x\leqslant -3$或$x\geqslant 1\}$，$\complement_{\mathbf{R}}(M\cup N)=\{x|x>3\}$. 结合选项，B，C正确.

11. AB　对于A，因为$A\oplus B=B$，所以$B=\{x|x\in A\cup B,x\notin A\cap B\}$，所以$A\subseteq B$，且$B$中的元素不能出现在$A\cap B$中，因此$A=\varnothing$，即A正确；对于B，因为$A\oplus B=\varnothing$，所以$\varnothing=\{x|x\in A\cup B,x\notin A\cap B\}$，即$A\cup B$与$A\cap B$是相同的，所以$A=B$，即B正确；对于C，因为$A\oplus B\subseteq A$，所以$\{x|x\in A\cup B,x\notin A\cap B\}\subseteq A$，所以$B\subseteq A$，即C错误；对于D，由于$\complement_{\mathbf{R}}A\oplus\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x\in(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup(\complement_{\mathbf{R}}B),x\notin(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)\}=\{x|x\in\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B),x\notin\complement_{\mathbf{R}}(A\cup B)\}=\{x|x\in A\cup B,x\notin A\cap B\}$，而$A\oplus B=\{x|x\in A\cup B,x\notin A\cap B\}$，故$A\oplus B=\complement_{\mathbf{R}}A\oplus\complement_{\mathbf{R}}B$，即D错误.

12. -1　因为$A=\left\{x,\frac{y}{x},1\right\}$，$B=\{x^2,x+y,0\}$，$A=B$，所以$\begin{cases}y=0,\\x^2=1,\\x\neq 1,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-1,\\y=0,\end{cases}$则$x^{2017}+y^{2018}=(-1)^{2017}+0^{2018}=-1$.

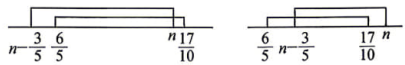
13. 4　当$m=1$时，$-4x+2=0$只有1个解，符合题意；当$m\neq 1$时，则一元二次方程$(m-1)x^2-4x+2=0$有两个相等的实数根，则$\Delta=16-8(m-1)=0$，解得$m=3$. 综上，实数m的所有可能值的和为$1+3=4$.

类题拓展　$(3,+\infty)$　详细解析见微信公众号

查看路径：关注微信公众号“解题帮”—资料中心—高初中资料—高中资料

14. $\frac{1}{10}$　$\left[\frac{8}{5},\frac{17}{10}\right)\cup\left(\frac{9}{5},2\right]$　**分析：**从集合的“长度”整体把握，再到细节控制端点，更易突破. 集合$M=\left\{x\middle|m\leqslant x\leqslant m+\frac{1}{2}\right\}$，$N=\left\{x\middle|n-\frac{3}{5}\leqslant x\leqslant n\right\}$，都是集合$\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$的子集，它们的“长度”分别为$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{5}$，1，集合$M,N$的长度固定，且$\frac{1}{2}+\frac{3}{5}=\frac{11}{10}>1$，当$M,N$分别滑动到集合$\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$的最左端和最右端，或最右端和最左端时，$M\cap N$的“长度”最小，最小值为$\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)-1=\frac{1}{10}$. 若$m=\frac{6}{5}$，则$M=\left[\frac{6}{5},\frac{17}{10}\right]$，因为集合$N=\left\{x\middle|n-\frac{3}{5}\leqslant x\leqslant n\right\}$的“长度”为$\frac{3}{5}$，要使集合$M\cup N$的“长度”大于$\frac{3}{5}$，只要$M\subseteq N$不成立即可. 也可先考虑$M\subseteq N$，然后结合$\frac{8}{5}\leqslant n\leqslant 2$求补集.

由$\begin{cases}m\geqslant 1,\\m+\frac{1}{2}\leqslant 2,\end{cases}$可得$1\leqslant m\leqslant\frac{3}{2}$；由$\begin{cases}n-\frac{3}{5}\geqslant 1,\\n\leqslant 2,\end{cases}$可得$\frac{8}{5}\leqslant n\leqslant 2$. 易知$M\cap N=\left\{x\middle|m\leqslant x\leqslant n$或$n-\frac{3}{5}\leqslant x\leqslant m+\frac{1}{2}\right\}$，故有“长度”的最小值为$n_{\min}-m_{\max}=\frac{8}{5}-\frac{3}{2}=\frac{1}{10}$或$\left(m+\frac{1}{2}\right)_{\min}-\left(n-\frac{3}{5}\right)_{\max}=\frac{3}{2}-\frac{7}{5}=\frac{1}{10}$，即集合$M\cap N$的“长度”的最小值是$\frac{1}{10}$. 若$m=\frac{6}{5}$，则$M=\left[\frac{6}{5},\frac{17}{10}\right]$，如图，故$n<\frac{17}{10}$或$n-\frac{3}{5}>\frac{6}{5}$，即$n<\frac{17}{10}$或$n>\frac{9}{5}$. 又$\frac{8}{5}\leqslant n\leqslant 2$，故$n\in\left[\frac{8}{5},\frac{17}{10}\right)\cup\left(\frac{9}{5},2\right]$.



◈核心笔记

1. 解决集合问题时，要弄清集合中的元素是什么，比如集合$\{x|y=f(x)\}$，$\{y|y=f(x)\}$，$\{(x,y)|y=f(x)\}$三者是不同的.

2. 借助集合的图示法来表示集合间的运算. 对离散的数集间的运算或抽象集合间的运算，可借助韦恩(Venn)图；对连续的数集间的运算，常利用数轴；对点集间的运算，则往往通过坐标平面内的图形求解.（练习运用：第5题、第6题，第14题）

3. 根据集合的基本关系或运算求参数的注意点：(1) 化简要分类，分类的依据是参数对该不等式或对应的方程的解的影

与《小题狂做基础篇》配套使用

小帮手

小题常见解法

10%的容量，100%的精华

简洁、快速、准确！

方法选得好，解题快准狠

更提供一些“开脑洞”的解题方法，拓展思维

数学

目录

一、单项选择题解法

1.数形结合法……1
2.特殊求解法……2
3.极限思想……3
4.排除法……4
5.估算法……6
6.逻辑分析法……7
7.构造法……8
8.整体法……9
9.逆推法……10

二、多项选择题解法

1.数形结合法……12
2.特殊求解法……13
3.极限思想……14
4.排除法……14
5.逻辑分析法……15

6.构造法……16
7.整体法……17
8.逆推法……17

三、填空题解法

1.数形结合法……18
2.特殊求解法……18
3.极限思想……19
4.排除法……20
5.估算法……21
6.合情推理……21
7.构造法……22
[illegible]……23
[illegible]……24



单选题、多选题和填空题在高考数学试卷中占有重要的比重，通常按照由易到难的顺序排列，每道题目一般是多个知识点的小型综合，其中不乏渗透各种数学的思想和方法，基本上能够做到充分考查灵活应用基础知识解决数学问题的能力. 单选题、多选题和填空题多属于“小灵通”题，其解题过程可以说是“不讲道理”，本文试图以“小”题巧解，“小”题快解，“小”题解准为原则，探讨选择题和填空题的一些解题技巧，以帮助学生提高作答的速度和正确率. 需要说明的是，学生不能过度追求这些方法和技巧，毕竟有些方法和技巧适应的范围有限，只能作为通解通法的补充，最重要的还是要以扎扎实实的知识和技能作为基础.

一 单项选择题解法

数形结合法

中学数学研究的对象可分为数和形两大部分，数与形是有联系的，这个联系称之为数形结合，其应用大致又可分为两种情形：一是借助于数的精确性来阐明形的某些属性，即“以数解形”，坐标法就是典型的例子；二是借助形的几何直观性来阐明数之间的某种关系，即“以形助数”. 平时解题中更多的是借助图形的直观性，不仅直观，易发现解题途径，还能避免复杂的计算与推理，大大简化了解题过程.

例 1 已知 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，$|\overrightarrow{AB}|=\frac{1}{t}$，$|\overrightarrow{AC}|=t$. 若 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点，且 $\overrightarrow{AP}=\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{9\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$，则 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的最大值为 （ ）

A. 16　　B. 4　　C. 82　　D. 76

答案 D

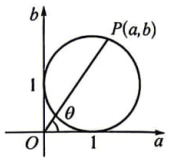
解析 分别以 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ 为 x 轴、y 轴建立平面直角坐标系，则 $A(0,0)$，$B\left(\frac{1}{t},0\right)$，$C(0,t)$. 因为 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$，$\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$ 分别为 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ 方向上的单位向量，所以 $P(1,9)$. 所以 $\overrightarrow{PB}=\left(\frac{1}{t}-1,-9\right)$，$\overrightarrow{PC}=(-1,t-9)$，$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=82-\left(9t+\frac{1}{t}\right)\leqslant 82-2\sqrt{9t\cdot\frac{1}{t}}=76$，当且仅当 $9t=\frac{1}{t}$，即 $t=\frac{1}{3}$ 时取“=”. 所以 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的最大值为 76.

例 2 函数 $f(x)=\frac{\sin x-1}{\sqrt{3-2\cos x-2\sin x}}(0\leqslant x\leqslant 2\pi)$ 的值域是 （ ）

A. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right]$　　B. $[-1,0]$　　C. $[-\sqrt{2},0]$　　D. $[-\sqrt{3},0]$

答案 B

解析 注意到 $3-2\cos x-2\sin x=(1-\sin x)^2+(1-\cos x)^2$，可设 $1-\sin x=a$，$1-\cos x=b$，所以原式 $=\dfrac{-a}{\sqrt{a^2+b^2}}$. 又 $(a-1)^2+(b-1)^2=1$，设 $P(a,b)$，则点 P 在圆 $(a-1)^2+(b-1)^2=1$ 上，如图所示. 则由三角函数的定义知 $\dfrac{-a}{\sqrt{a^2+b^2}}=-\cos\angle aOP$. 由图可知，$\cos\angle aOP\in[0,1]$，所以函数 $f(x)$ 的值域为 $[-1,0]$.

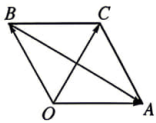


例 3 若向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角为 （ ）

A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

答案 A

解析 因为向量可以用有向线段表示，所以向量的运算问题常可以转化为几何问题. 如图，在平行四边形 $OACB$ 中，设向量 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 由 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$，知 $\triangle OAC$ 为等边三角形，四边形 $OACB$ 为菱形，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角为 30°.



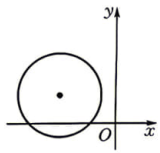
特殊求解法

在单项选择题中，当已知条件中含有某些不确定的量，但结论唯一或题设条件中提供的信息暗示答案是一个定值时，可以将题中变化的不定量选取一些符合条件的恰当特殊值（或特殊函数、特殊角、特殊数列、图形特殊位置、特殊点、特殊方程、特殊模型等）进行处理，从而得出探求的结论. 这样可大大地简化推理、论证的过程. 在运用这种方法时，应注意化抽象为具体，化整体为局部，化参量为常量，化较弱条件为较强条件等等. 通过对“特殊”的思考与解决，启发思维，达到对“一般”的解决.

例 4 如图，已知定圆的半径为 a，圆心为 (b,c)，则直线 $ax+by+c=0$ 与直线 $x-y+1=0$ 的交点在 （ ）

A. 第四象限 B. 第三象限

C. 第二象限 D. 第一象限



答案 B

解析 本题隐含结果唯一，根据图示，取满足题设的特殊值：$a=2,b=-3,c=1$. 解方程组 $\begin{cases}2x-3y+1=0,\\x-y+1=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-2,\\y=-1.\end{cases}$ 即两直线的交点在第三象限.

例 5 定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(3-x)=f(3+x)$，且当 $x_2>x_1>3$ 时，$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>0$ 恒成立. 设 $a=f(2x^2-x+5)$，$b=f\left(\dfrac{5}{2}\right)$，$c=f(x^2+4)$，则 （ ）

A. $c>a>b$ B. $c>b>a$ C. $a>c>b$ D. $b>c>a$

答案 C

解析 题目隐含对于任意的 $x\in\mathbf{R}$，a,b,c 的大小关系是确定不变的，可取特殊值 $x=0$，得 $a=f(5)$，$c=f(4)$，而 $x_2>x_1>3$ 时，$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>0$ 恒成立，所以 $f(x)$ 在区间 $(3,+\infty)$ 上单调递增，易得 $a>c>b$.

例 6 已知函数 $f(x)$，任意 $x,y\in\mathbf{R}$，满足 $f(x+y)f(x-y)=f^2(x)-f^2(y)$，且 $f(1)=2$，$f(2)=0$，则 $f(1)+f(2)+\cdots+f(90)$ 的值为 （ ）

A. -2　　B. 0　　C. 2　　D. 4

答案 C

解析 结合条件 $f(x+y)f(x-y)=f^2(x)-f^2(y)$，联想到正弦平方差公式（课后习题中出现）：$\sin(x+y)\sin(x-y)=\sin^2x-\sin^2y$，可取特殊函数 $f(x)=A\sin(\omega x)$，由 $f(1)=2$，$f(2)=0$，进一步取 $f(x)=2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)$，此函数满足条件，易知 $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数，且 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=0$，所以 $f(1)+f(2)+\cdots+f(90)=f(1)+f(2)=2$.

例 7 已知一个等差数列的前 n 项和为 48，前 $2n$ 项和为 60，则它的前 $3n$ 项和为 （ ）

A. -24　　B. 84　　C. 72　　D. 36

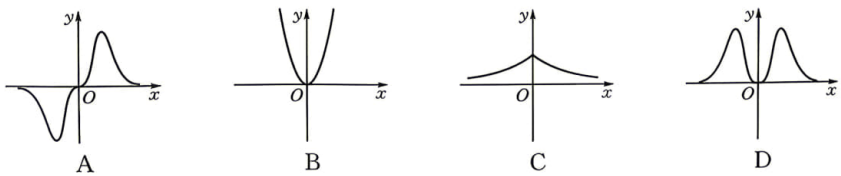
答案 D

解析 因为各选项中不含 n，所以题目隐含对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，结果是确定的，于是对 n 取特殊值，如 $n=1$，此时 $a_1=48$，$a_2=S_2-S_1=12$，则 $d=a_2-a_1=-36$，$a_3=a_1+2d=-24$，所以前 $3n$ 项和为 36.

极限思想

当题目中的变量趋近于无穷大或一个常数 c，或者图形趋近于某一极端情况，而题干中的信息却暗示了结论不变，则可利用极端情况直接得出结论.

例 8 函数 $f(x)=\dfrac{6x^6}{3^{|x|}}$ 的部分图象大致为 （ ）



A　　B　　C　　D

答案 D

解析 因为 $f(-x)=\dfrac{6(-x)^6}{3^{|-x|}}=\dfrac{6x^6}{3^{|x|}}=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数，排除选项 A. 因为