天利38套®

高考

常考基础题

教学考试研究院 主编

2027高考适用

- 知趋势 洞察高考趋势，明确备考方向
- 夯基础 科学划分专题，分类筑牢基础
- 补短板 甄选优质试题，直击高频易错点
- 练技巧 总结解题方法，拓思路、提效能

数学

西安出版社

2027高考适用
高考常考基础题
数学
西安出版社

目

专题一　集合与常用逻辑用语……1/答1

考点1　集合……1/答1

考点2　常用逻辑用语……2/答1

专题二　不等式……3/答2

考点1　不等式的性质及解法……3/答2

考点2　基本不等式……4/答3

专题三　函数……5/答4

考点1　函数的概念及其表示……5/答4

考点2　函数的基本性质……6/答4

考点3　函数的图象及其应用……9/答8

考点4　幂函数、指数函数与对数函数……11/答8

考点5　函数的零点与方程的解……15/答11

考点6　函数模型的应用……17/答14

微专题　判断基本初等函数值大小……19/答15

专题四　导数及其应用……21/答17

考点1　导数的概念、运算与几何意义……21/答17

考点2　利用导数研究函数的单调性……23/答19

考点3　利用导数研究函数的极值、最值……25/答20

考点4　利用导数研究函数的零点……27/答24

微专题　利用导数研究恒成立、存在性问题……29/答28

微专题　导数中的构造函数问题……31/答31

微专题　不等式的证明……33/答35

专题五　三角函数……37/答42

考点1　三角函数的概念、同角三角函数基本关系及诱导公式……37/答42

考点2　三角恒等变换……39/答43

考点3　三角函数的图象与性质……41/答45

专题六　解三角形……45/答49

考点1　余弦定理、正弦定理……45/答49

考点2　余弦定理、正弦定理应用举例……47/答51

录

专题七　平面向量 ……49/答 53

考点 1　平面向量的概念及线性运算 ……49/答 53

考点 2　平面向量基本定理及坐标表示 ……50/答 54

考点 3　平面向量的数量积 ……51/答 55

考点 4　平面向量的应用 ……54/答 57

专题八　复数 ……55/答 58

考点 1　复数的概念及几何意义 ……55/答 58

考点 2　复数的四则运算 ……56/答 59

专题九　数列 ……57/答 60

考点 1　数列的概念及表示 ……57/答 60

考点 2　等差数列 ……59/答 61

考点 3　等比数列 ……61/答 63

考点 4　数列的综合应用 ……63/答 65

微专题　数列的递推关系 ……67/答 69

微专题　数列求和——裂项相消法、错位相减法、分组求和法 ……69/答 70

微专题　数列与函数、不等式的综合应用 ……71/答 72

专题十　立体几何 ……73/答 73

考点 1　基本立体图形、简单几何体的表面积与体积 ……73/答 73

考点 2　空间点、直线、平面之间的位置关系 ……76/答 75

考点 3　空间直线、平面的平行 ……77/答 76

考点 4　空间直线、平面的垂直 ……80/答 78

考点 5　空间向量及其应用 ……83/答 81

微专题　多面体与球体内切、外接问题 ……87/答 87

微专题　立体几何中截面、翻折问题 ……89/答 91

微专题　空间中动点问题 ……91/答 95

专题十一　平面解析几何 ……93/答 98

考点 1　直线与圆 ……93/答 98

考点 2　椭圆的标准方程及几何性质 …… 95/答 100

考点 3　直线与椭圆的位置关系 …… 96/答 101

考点 4　双曲线的标准方程及几何性质 …… 97/ 答 103
考点 5　直线与双曲线的位置关系 …… 98/ 答 103
考点 6　抛物线的标准方程及几何性质 …… 99/ 答 105
考点 7　直线与抛物线的位置关系 ……100/ 答 105
考点 8　圆锥曲线的综合问题 ……101/ 答 106
微专题　圆锥曲线中最值与范围问题……105/ 答 111
微专题　圆锥曲线中定点、定值、定直线问题 ……107/答 115
微专题　圆锥曲线中面积与斜率问题……109/ 答 117
微专题　圆锥曲线中存在性问题……111/ 答 120

专题十二　计数原理 ……113/ 答 122
考点 1　两个计数原理、排列与组合 ……113/ 答 122
考点 2　二项式定理 ……115/ 答 124

专题十三　统计 ……117/ 答 125
考点 1　随机抽样、用样本估计总体 ……117/ 答 125
考点 2　成对数据的统计相关性、一元线性回归模型及其应用 ……119/ 答 126

聚焦课标新变化 · 本书示例

内容要求升级：

◎ P50,T3　平面向量基本定理由“理解”升级为“掌握”.

◎ P74,T5　柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征由“认识”升级为“掌握”.

◎ P83,T1　空间向量的概念由“了解”升级为“理解”.

◎ P85,T1　空间向量基本定理及其意义由“了解”升级为“掌握”.

◎ P114,T13　分类加法计数原理、分步乘法计数原理及其意义由“了解”升级为“理解”.

◎ P126,T4　条件概率与独立性的关系由“了解”升级为“理解”.

◎ P130,T11(2)　伯努利试验由“了解”升级为“理解”.

新增 · 注重情境创设：

◎ P17,T1　以“人工智能大语言模型训练”为背景，关注数字化时代、数字化工具，凸显数学学科的数字化适配性.

◎ P37,T6　以“《勾股圆设方图》”为背景，体现中华优秀传统文化.

新增 · 注重知识体系构建：

◎ P53,T19　将三角函数与平面向量相结合，构建知识体系，使各模块有机结合。

注:①本书提及的课标指《普通高中数学课程标准日常修订

考点3　列联表与独立性检验 ……121/答 127

专题十四　概率 ……125/答 128

考点1　随机事件与概率、事件的相互独立性、频率与概率 ……125/答 128

考点2　条件概率与全概率公式 ……126/答 129

考点3　离散型随机变量的分布列、数字特征 ……127/答 130

考点4　二项分布、超几何分布、正态分布 ……129/答 131

考点5　概率与统计的综合问题 ……131/答 133

考点6　概率、统计与其他知识的综合问题 ……133/答 134

答案详解（另册）

注：(1) 本书部分试题为节选，节选后其题序、图序重新排序.

(2) 本书赠送2024—2026年部分真题试卷中的选择题和填空题（电子版），请读者于2026年10月份后扫描扉页下方“增值下载”二维码免费领取.

“体现高考新风向·本书示例”

新情境：

◎ P10,T7　以“我国著名数学家华罗庚先生曾说：数缺形时少直观……”为背景，兼具文化性与学科性.

◎ P47,T3　以“卡西尼卵形线”为背景，体现了数学与现实社会生活实践和科技发展的联系，呼应高考情境化命题趋势.

◎ P61,T7　以“《莱茵德纸草书》”为背景，融合数学文化，考查等比数列.

◎ P122,T4　以“验证牛的毛色（黑色、红色）和角（有角、无角）这两对相对性状是否相关”为背景，建立与生物学内容的联系.

新定义：

◎ P1,T6　定义“和谐集”，考查元素与集合的关系.

◎ P75,T13　定义“拟柱体”，考查立体几何的体积，提升学生空间想象能力.

模块交汇：

◎ P72,T6　数列与函数相结合，考查运算求解能力、推理论证能力.

◎ P135,T3　概率与数列相结合，考查化归与转化思想、逻辑推理核心素养.

丁版（2017年版2025年修订）》. ②更多精彩内容，详见内文.

要 点 整 合

专题一　集合与常用逻辑用语

△ 技法小结

1. 判断两个集合的基本关系一般有两种方法：

一是化简集合，从而可直接求出两个集合的关系；二是用列举法（或 Venn 图法）表示各个集合，从元素（或图形）中寻找关系.

2. 全称量词命题与存在量词命题真假的判断方法：

命题名称	真假	判断方法一	判断方法二
全称量词命题	真	所有对象使命题为真	其否定为假
	假	存在一个对象使命题为假	其否定为真
存在量词命题	真	存在一个对象使命题为真	其否定为假
	假	所有对象使命题为假	其否定为真

专题二　不等式

△ 基本公式总结

几个重要的不等式：

(1) $a^2+b^2\geqslant 2ab$ (a，$b\in\mathbf{R}$)；

(2) $ab\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ (a，$b\in\mathbf{R}$)；

(3) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$ (a，b 同号)；

(4) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\geqslant\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}\geqslant\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ (a，$b>0$).

当且仅当 $a=b$ 时，以上各式中等号成立.

专题三　函数

△ 规律小结

函数的奇偶性、周期性、对称性的关系：

(1) 如果奇函数 $y=f(x)$ 满足 $f(a+x)=f(a-x)$ ($a\neq 0$)，则函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=a$ 对称，且是以 $4|a|$ 为周期的周期性函数；

(2) 如果偶函数 $y=f(x)$ 满足 $f(a+x)=f(a-x)$ ($a\neq 0$)，则函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=a$ 对称，且是以 $2|a|$ 为周期的周期性函数.

△ 技法小结

比较基本初等函数值大小的类型及相应方法：

(1) 若同底数，考虑指数函数（或对数函数），再利用函数的单调性比较大小；

(2) 若同指数，则考虑幂函数，再利用函数的单调性比较大小；

(3) 若不同底数、不同指数，则利用中间量法，一般引入中间量“1”；

(4) 若不同底数、不同真数，则其基本方法是“同底法”，即把不同底的对数式化为同底的对数式，然后根据单调性来解决，或者利用中间量法.

专题四　导数及其应用

△ 技法小结

求函数切线相关问题的方法：

（1）解决函数图象上某点的切线相关问题：已明确给出切点，要注意切点既在曲线上，又在切线上，利用函数在切点处的导数，求得切线斜率，再利用直线的点斜式方程，求得切线方程；

（2）解决过某点作函数图象的切线相关问题：要注意此点可能是切线的切点，也有可能是函数图象上某点的切线经过此点．一般先设出切点坐标，求得切线斜率，再利用直线的点斜式方程列出切线方程，最后将已知点坐标代入切线方程即可求解．

专题五　三角函数

△ 规律小结

角	α	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\pi-\alpha$
正弦	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$
余弦	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$
正切	$\tan\alpha$	$\frac{1}{\tan\alpha}$	$-\frac{1}{\tan\alpha}$	$-\tan\alpha$	$\tan\alpha$	$-\tan\alpha$
口诀	奇变偶不变，符号看象限					

专题六　解三角形

△ 技法小结

在$\triangle ABC$中，三个角A，B，C所对应的边分别是a，b，c．

1. 三角形中的角关系：

$A+B+C=\pi$；变形：$\frac{A+B}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}$．

2. 三角形中的三角函数关系：

（1）$\sin(A+B)=\sin C$；

（2）$\cos(A+B)=-\cos C$；

（3）$\tan(A+B)=-\tan C\left(C\neq\frac{\pi}{2}\right)$；

（4）$\sin\frac{A+B}{2}=\cos\frac{C}{2}$；

（5）$\cos\frac{A+B}{2}=\sin\frac{C}{2}$；

（6）$\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\tan B\tan C\left(A，B，C\neq\frac{\pi}{2}\right)$．

3. 三角形中的不等关系：

（1）大边对大角，大角对大边；

（2）$A>B\Leftrightarrow a>b\Leftrightarrow\sin A>\sin B\Leftrightarrow\cos A<\cos B$；

（3）若$\triangle ABC$为锐角三角形，则$A+B>\frac{\pi}{2}$，$\sin A>\cos B$，$\cos A<\sin B$；若$\triangle ABC$为钝角三角形（假如C为钝角），则$A+B<\frac{\pi}{2}$，$\sin A<\cos B$，$\cos A>\sin B$；

（4）$c^2=a^2+b^2\Leftrightarrow C$为直角；$c^2>a^2+b^2\Leftrightarrow C$为钝角；$c^2<a^2+b^2\Leftrightarrow C$为锐角；

(5)$a+b>c$，$b+c>a$，$c+a>b$；

(6)若$A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则$\sin A<A<\tan A$；若$A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则$1<\sin A+\cos A\leqslant\sqrt{2}$.

专题七　平面向量

△ 基本公式总结

平面向量的数量积运算主要涉及两种公式：

(1)夹角型计算公式：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta$(其中$\theta$为$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$的夹角)；

(2)坐标型计算公式：若$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，则$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=x_1x_2+y_1y_2$.

专题八　复数

△ 基础概念巩固

复数z和复平面内的点Z相互联系，即$z=a+b\mathrm{i}$（a，$b\in\mathbf{R}$）$\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$Z（$a$，$b$）

专题九　数列

△ 基本公式总结

1. 等差数列：已知等差数列$\{a_n\}$，若$m+n=p+q$（m，n，p，$q\in\mathbf{N}^*$），则$a_m+a_n=a_p+a_q$.

2. 等比数列：已知等比数列$\{a_n\}$，若$m+n=p+q$（m，n，p，$q\in\mathbf{N}^*$），则$a_ma_n=a_pa_q$.

专题十　立体几何

△ 基本公式总结

设$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1,z_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2,z_2)$（$\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$），则$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$.

△ 技法小结

1. 立体几何中与球有关的截面问题：

先分析截得的是大圆还是小圆，若大圆半径（球的半径）为R，小圆半径为r，大圆圆心O与小圆圆心O_1的距离为d，则可应用$d^2=OO_1^2=R^2-r^2$构造方程求解.

2. 多面体外接球的表面积及体积问题：

(1)根据球的定义及已知结论确定简单多面体的外接球的球心；

(2)将几何体补为长方体或正方体，化为这两种特殊几何体的外接球问题；

(3)利用球心O与截面圆圆心O_1的连线垂直于截面圆及球心O与弦中点的连线垂直于弦的性质，确定球心；

(4)利用外接球球心的特点求解半径(考虑建立空间直角坐标系，由球心到几何体所有顶点的距离相等列等量关系，解得半径).

3. 多面体内切球的表面积及体积问题：

内切球球心到多面体各面的距离均相等；正多面体的内切球和外接球的球心重合；正棱锥的内切球和外接球球心都在高线上，但不重合；构造三角形利用相似比和勾股定理是基本方法；体积分割是求内切球半径的常用做法.

专题十一　平面解析几何

△ 基本公式总结

1. 设直线l：$y=kx+t$与圆锥曲线交于P_1（x_1，y_1），P_2（x_2，y_2）两点，则$|P_1P_2|=\sqrt{1+k^2}\cdot|x_1-x_2|$.

2. 设直线l：$x=my+n$与圆锥曲线交于P_1（x_1，y_1），P_2（x_2，y_2）两点，则$|P_1P_2|=\sqrt{1+m^2}\cdot|y_1-y_2|$.

△ 技法小结

数学思想视角下的解析几何问题：

视角一	函数思想	解析几何中某些点、线在运动变化之中相互制约，它们之间可能构成函数关系，用函数思想的方法处理非常有效
视角二	方程思想	解决直线与圆锥曲线位置关系的问题，最常用的方法是将直线方程与圆锥曲线方程联立，消去其中一个未知数，变为关于 x 或 y 的一元二次方程，然后设直线与圆锥曲线的交点坐标为 (x_1, y_1)，(x_2, y_2)，再利用韦达定理表示出 x_1+x_2，x_1x_2 或 y_1+y_2，y_1y_2 的值
视角三	分类讨论思想	①确定分类的对象和标准；②进行合理的分类；③逐类、逐级讨论；④归纳各类结果
视角四	等价转化思想	对于直线与曲线位置关系的问题，可转化为直线方程与曲线方程公共解的个数问题，利用一元二次方程在给定区间上有无实数解的充要条件进行求解
视角五	数形结合思想	解析几何中常涉及图形的变化，用数形结合思想更加清晰、直观

专题十二　计数原理

△ 规律小结

1. 排列与组合的区别：

类型	排列	组合
区别	排列与顺序有关	组合与顺序无关
	两个排列相同，当且仅当这两个排列的元素及其排列顺序完全相同	两个组合相同，当且仅当这两个组合的元素完全相同

2. 各二项式系数的和：

(1) $(a+b)^n$ 的展开式的各二项式系数的和等于 2^n，即 $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$；

(2) $(a+b)^n$ 的展开式中，奇数项的二项式系数的和等于偶数项的二项式系数的和，都等于 2^{n-1}，即 $C_n^0+C_n^2+C_n^4+\cdots=C_n^1+C_n^3+C_n^5+\cdots=2^{n-1}$

专题十三　统计

△ 技法小结

求回归直线方程的步骤：

(1) 计算出 $\overline{x}$，$\overline{y}$，$x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2$，$x_1y_1+x_2y_2+\cdots+x_ny_n$ 的值；

(2) 计算回归系数 $\hat{a}$，$\hat{b}$；

(3) 写出线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$.

专题十四　概率

△ 基本公式总结

对于正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，由 $x=\mu$ 是正态曲线的对称轴知：

(1) $P(X\geqslant\mu)=P(X\leqslant\mu)=0.5$；

(2) 对任意的 a，有 $P(X<\mu-a)=P(X>\mu+a)$；

(3) $P(X<x_0)=1-P(X\geqslant x_0)$；(4) $P(a<X<b)=P(X<b)-P(X\leqslant a)$.

专题一　集合与常用逻辑用语

考点1　集　　合

研教材　摘精华

1. 集合中元素的三个特性：确定性、互异性、无序性.
2. 含 n 个元素的集合：子集的个数为 2^n，真子集的个数为 2^n-1.
3. $A\subseteq B$（A 是 B 的子集）$\Rightarrow\begin{cases}A=B(A\text{ 和 }B\text{ 相等})\Leftrightarrow A\subseteq B\text{ 且 }A\supseteq B\\ A\subsetneq B(A\text{ 是 }B\text{ 的真子集})\Leftrightarrow A\subseteq B\text{ 且 }A\neq B\end{cases}$
4. 集合的基本运算$\begin{cases}\text{交集：}A\cap B=\{x\mid x\in A\text{ 且 }x\in B\}\\ \text{并集：}A\cup B=\{x\mid x\in A\text{ 或 }x\in B\}\\ \text{补集：}\complement_U A=\{x\mid x\in U\text{ 且 }x\notin A\}(U\text{ 为全集})\end{cases}$

巧练习　夯基础

实际用时：_____　　建议用时：15 分钟

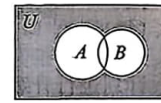
一、选择题：本题共 6 小题. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (2025·天津卷)已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,5\}$，则 $\complement_U(A\cup B)=$　　(　　)
A. $\{1,2,4,5\}$　　B. $\{1,3,4\}$　　C. $\{1,2,3,5\}$　　D. $\{4\}$

2. (2025·全国Ⅱ卷)已知集合 $A=\{-4,0,1,2,8\}$，$B=\{x\mid x^3=x\}$，则 $A\cap B=$　　(　　)
A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2,8\}$　　C. $\{2,8\}$　　D. $\{0,1\}$

3. (2025·全国Ⅰ卷)已知集合 $U=\{x\mid x$ 是小于 9 的正整数$\}$，$A=\{1,3,5\}$，则 $\complement_U A$ 中元素的个数为　　(　　)
A. 0　　B. 3　　C. 5　　D. 8

4. (济南质检)已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{3,6\}$，则右图中阴影部分代表的集合为　　(　　)



A. $\{1,2\}$　　B. $\{3,4\}$
C. $\{4,5\}$　　D. $\{2,3,5\}$

5. 【新定义·$*$运算】(湖北 3 月联合测试)已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{0,2\}$，若定义集合运算：$A*B=\{z\mid z=xy,x\in A,y\in B\}$，则集合 $A*B$ 的所有元素之和为　　(　　)
A. 6　　B. 3　　C. 2　　D. 0

6. 【新定义·和谐集】若对任意 $x\in A$，都有 $\dfrac{1}{1-x}\in A$，则称非空集合 A 为“和谐集”，已知集合 $M=\left\{-2,-\dfrac{1}{2},0,1,\dfrac{2}{3},3\right\}$，则集合 M 的子集中“和谐集”的个数为　　(　　)
A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

二、选择题：本题共 2 小题. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.

7. 设集合 $A=\{-3,x+2,x^2-4x\}$，且 $5\in A$，则 x 的值可以为　　(　　)
A. 3　　B. -1　　C. 5　　D. -3

8. 已知全集 $U=A\cup B$，集合 $A=\{1,3,4\}$，集合 $B=\left\{x\in\mathbf{N}\,\middle|\,\dfrac{8}{x}\in\mathbf{N}\right\}$，则　　(　　)
A. U 中的元素个数为 5　　B. $\{1\}\in U$
C. $\complement_U A\subseteq B$　　D. 集合 A 的非空真子集有 6 个

三、填空题：本题共 1 小题.

9. (九省联考适应测)已知集合 $A=\{-2,0,2,4\}$，$B=\{x\mid|x-3|\leqslant m\}$，若 $A\cap B=A$，则 m 的最小值为_____.

考点 2　常用逻辑用语

研教材　摘精华

常见表述的否定	
原表述	其否定
等于	不等于
大于	不大于
小于	不小于
且	或
是	不是
任意、每一个、所有、一切	某个、某些
有、有些、有一个、对某些、有的、存在	没有
一定是	不一定是
都是	不都是
至多有一个	至少有 2 个
至少有一个	一个都没有
至多有 n 个	至少有$(n+1)$个
至少有 n 个	至多有$(n-1)$个

巧练习　夯基础

实际用时：_____　建议用时：25 分钟

一、选择题：本题共 5 小题. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (重庆七校联考)命题“$\exists a\in[0,1],a^4+a^2>1$”的否定是 (　　)
   A. $\exists a\in[0,1],a^4+a^2\leqslant 1$　　B. $\forall a\notin[0,1],a^4+a^2\leqslant 1$
   C. $\exists a\notin[0,1],a^4+a^2>1$　　D. $\forall a\in[0,1],a^4+a^2\leqslant 1$
2. (2024·新课标Ⅱ卷)已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R},|x+1|>1$；命题 q：$\exists x>0,x^3=x$. 则 (　　)
   A. p 和 q 都是真命题　　B. $\neg p$ 和 q 都是真命题
   C. p 和 $\neg q$ 都是真命题　　D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题
3. (重庆南开质检一)已知 $a,b\in\mathbf{R}$，则“$\log_a b>0$”是“$a>1$ 且 $b>1$”的 (　　)
   A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件
4. (2025·天津卷)已知 $x\in\mathbf{R}$，则“$x=0$”是“$\sin 2x=0$”的 (　　)
   A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件
5. (2025·北京卷)已知函数 $f(x)$的定义域为 D，则“$f(x)$的值域为 $\mathbf{R}$”是“对任意 $M\in\mathbf{R}$，存在 $x_0\in D$，使得$|f(x_0)|>M$”的 (　　)
   A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

二、选择题：本题共 3 小题. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.

6. 已知集合 $A=\{x|x>0\}$，$B=\{x|x\geqslant a\}$，若 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的充分条件，则 a 可以是 (　　)
   A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2
7. 下列命题中的真命题是 (　　)
   A. $\forall x\in\mathbf{R},2^{x-1}>0$　　B. $\forall x\in\mathbf{N}^*,(x-1)^2>0$
   C. $\exists x\in\mathbf{R},\lg x<1$　　D. $\exists x\in\mathbf{R},\tan x=2$
8. 下列命题正确的是 (　　)
   A. $\exists a,b\in\mathbf{R}$，使得$|a-2|+(b+1)^2\leqslant 0$　　B. $\forall a\in\mathbf{R},\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $ax>2$
   C. “$ab\neq 0$”是“$a^2+b^2\neq 0$”的充要条件　　D. 若 $a\geqslant b>-1$，则$\dfrac{a}{1+a}\geqslant\dfrac{b}{1+b}$

三、填空题：本题共 2 小题.

9. 写出不等式 $x^2-x-2<0$ 成立的一个必要不充分条件_____.
10. (山东青岛统测)命题“$\exists x\in\mathbf{R},e^x<a-e^{-x}$”为假命题，则实数 a 的取值范围为_____.

专题二　不　等　式

考点 1　不等式的性质及解法

研教材　摘精华

1. 不等式的基本性质
   - 对称性：若 $a>b$，则 $b<a$
   - 传递性：若 $a>b$ 且 $b>c$，则 $a>c$
   - 可加性：若 $a>b$，则 $a+c>b+c$；若 $a>b$ 且 $c>d$，则 $a+c>b+d$
   - 可乘性：若 $a>b$ 且 $c>0$，则 $ac>bc$；若 $a>b$ 且 $c<0$，则 $ac<bc$；若 $a>b>0$，$c>d>0$，则 $ac>bd$
   - 可乘方性：若 $a>b>0$，则 $a^n>b^n$（$n\in\mathbf{N}$，$n\geqslant 2$）

2. 一元二次不等式的解法

以一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0(a\neq 0)$ 为例，其中 x_1，x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两个根，且 $x_1<x_2$，$\Delta=b^2-4ac$.

(1) 当 $a>0$ 时，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象开口向上.

①若 $\Delta>0$，解集为 $\{x\mid x<x_1$ 或 $x>x_2\}$；

②若 $\Delta=0$，解集为 $\left\{x\middle|x\neq -\frac{b}{2a}\right\}$；

③若 $\Delta<0$，解集为 $\mathbf{R}$.

(2) 当 $a<0$ 时，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象开口向下.

①若 $\Delta>0$，解集为 $\{x\mid x_1<x<x_2\}$；

②若 $\Delta\leqslant 0$，解集为 $\varnothing$.

巧练习　夯基础

实际用时：_____　建议用时：20 分钟

一、选择题：本题共 2 小题. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (北京海淀期末练习) 设 $a,b,c\in\mathbf{R}$，$abc\neq 0$，且 $a>b>c$，则 (　　)

A. $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}>2$　　B. $\frac{b}{a}+\frac{c}{b}<2$　　C. $2a>b+c$　　D. $a+b>c$

2. (广东深圳阶段练习) 不等式 $10xy\leqslant ax^2+2y^2$ 对任意的 $1\leqslant x\leqslant 2$ 且 $2\leqslant y\leqslant 3$ 恒成立，则实数 a 的范围是 (　　)

A. $\{a\mid a\geqslant 8\}$　　B. $\{a\mid a\geqslant 12\}$　　C. $\left\{a\middle|a\geqslant\frac{21}{2}\right\}$　　D. $\left\{a\middle|a\geqslant\frac{25}{2}\right\}$

二、选择题：本题共 2 小题. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.

3. (江苏海安高级中学阶段检测一) 下列命题为真命题的是 (　　)

A. 若 $a>b>0$，则 $ac^2>bc^2$　　B. 若 $a<b<0$，则 $a^2>ab>b^2$

C. 若 $a>b>0$ 且 $c<0$，则 $\frac{c}{a^2}>\frac{c}{b^2}$　　D. 若 $-1\leqslant x<y\leqslant 5$，则 $-6\leqslant x-y<0$

4. 关于 x 的不等式 $a(x-1)(x-a)<0$ 的解集可能是

A. $(-\infty,a)\cup(1,+\infty)$　　B. $(-\infty,1)\cup(a,+\infty)$　　C. $(1,a)$　　D. $\varnothing$

三、填空题：本题共 3 小题.

5. (2025·上海卷) 不等式 $\frac{x-3}{x-1}<0$ 的解集为_____.

6. (2024·上海卷) 不等式 $x^2-2x-3<0$ 的解集为_____.

7. (2023·上海卷) 不等式 $|x-2|<1$ 的解集为_____.

考点 2　基本不等式

研教材　摘精华

1. 基本不等式：若 a、$b>0$，则 $\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2}$（当且仅当 $a=b$ 时取等号）.

2. 基本不等式的使用条件：一正，即 a，b 必须是正数；二定，即和 $a+b$ 或积 ab 为定值；三相等，即当且仅当 $a=b$ 时，等号成立.

3. 基本不等式的应用场景：

(1)求最值. 已知 a，b 都是正实数，

①积定和最小：若 $ab=k$（定值），则 $a+b\geqslant2\sqrt{k}$（当且仅当 $a=b$ 时，$a+b$ 有最小值 $2\sqrt{k}$）；

②和定积最大：若 $a+b=m$（定值），则 $ab\leqslant\frac{m^2}{4}$（当且仅当 $a=b$ 时，ab 有最大值 $\frac{m^2}{4}$）.

(2)证明不等式：通过变形构造“和”或“积”的定值，结合基本不等式推导.

(3)解决实际问题：如面积最大/最小、用料最省、利润最大等（需结合实际意义验证等号成立的条件）.

4. 对于任意正实数 a，b，有以下关系成立：$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}\leqslant\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2}\leqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$（当且仅当 $a=b$ 时等号成立）.

巧练习　夯基础

实际用时：_____　　建议用时：20 分钟

一、选择题：本题共 3 小题. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

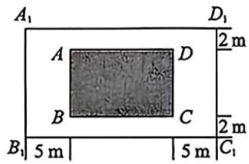
1. (2025 · 北京卷)已知 $a>0$，$b>0$，则　(　)

A. $a^2+b^2>2ab$　　B. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant\frac{1}{ab}$　　C. $a+b>\sqrt{ab}$　　D. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\leqslant\frac{2}{\sqrt{ab}}$

2. 已知 $a>0$，$b>0$，若不等式 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\geqslant\frac{m}{2a+b}$ 恒成立，则实数 m 的最大值是　(　)

A. 10　　B. 9　　C. 8　　D. 7

3. (银川一中四模)为了不断满足人民日益增长的美好生活需要，实现群众对舒适的居住条件、更优美的环境、更丰富的精神文化生活的追求，某大型广场正计划进行升级改造. 改造的重点工程之一是新建一个长方形音乐喷泉综合体 $A_1B_1C_1D_1$，该项目由长方形核心喷泉区 $ABCD$（阴影部分）和其四周的绿化带组成，规划核心喷泉区 $ABCD$ 的面积为 1 000 m²，绿化带的宽分别为 2 m 和 5 m(如右图所示). 当整个项目占地 $A_1B_1C_1D_1$ 面积最小时，该核心喷泉区 BC 的长度为　(　)



A. 20 m　　B. 50 m　　C. $10\sqrt{10}$ m　　D. 100 m

二、选择题：本题共 2 小题. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.

4. (山东实验五诊)已知 x，y 是正数，且 $2x+y=1$，下列叙述正确的是　(　)

A. xy 的最大值为 $\frac{1}{8}$　　B. $\sqrt{2x}+\sqrt{y}$ 的最小值为 $\sqrt{2}$

C. $4x^2+y^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值为 9

5. (湖北名校期中联考)已知 a，b 为正实数，且 $ab+a+b=8$，则　(　)

A. ab 的最大值为 4　　B. $(a+1)^2+(b+1)^2$ 的最小值为 18

C. $a+b$ 的最小值为 4　　D. $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

三、填空题：本题共 2 小题.

6. (浙江名校协作体 2 月模拟)已知正实数 x，y 满足 $x+2y=1$，则 $\frac{1}{x}+\frac{x}{y}$ 的最小值为_____.

7. 已知实数 a，b 满足 $3a+\frac{4}{b}=1$，若对于 $\forall a$，$b>0$，$\frac{1}{a}+3b>m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是_____.

考点 1　函数的概念及其表示

研教材　摘精华

1. 函数的三要素：对应关系、定义域、值域
2. 函数的表示方法：解析法(公式法)、列表法、图象法

巧练习　夯基础

实际用时：_____　建议用时：15 分钟

一、选择题：本题共 3 小题. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 下列函数中，与 $y=x-1$ 是同一函数的是　(　　)

A. $y=\sqrt[3]{x^3}-1$　　B. $y=\sqrt{(x-1)^2}$

C. $y=\dfrac{x^2-1}{x+1}$　　D. $y=\sqrt{x^2}-1$

2. (山东潍坊 2 月模拟)存在函数 $f(x)$ 满足：对任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有　(　　)

A. $f(|x|)=x^3$　　B. $f(\sin x)=x^2$

C. $f(x^2+2x)=|x|$　　D. $f(|x|)=x^2+1$

3. 已知函数 $y=f(x+1)$ 的定义域为 $[1,2]$，则函数 $y=f(2x-1)$ 的定义域为

A. $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$　　B. $\left[\dfrac{3}{2},2\right]$　　C. $[-1,1]$　　D. $[3,5]$

二、选择题：本题共 1 小题. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.

4. (广东六校四联)给定数集 $A=\mathbf{R}$，$B=(0,+\infty)$，x，y 满足方程 $2^x-y=0$，下列对应关系 f 为函数的是　(　　)

A. $f:A\to B$，$y=f(x)$　　B. $f:B\to A$，$y=f(x)$

C. $f:A\to B$，$x=f(y)$　　D. $f:B\to A$，$x=f(y)$

天利38套

三、填空题：本题共 3 小题.

5. (山东日照联考)已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^x,x<1,\\ \log_3(x+8),x\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $f(1)+f(-1)=$_____.

6. (2023·上海卷)已知 $f(x)=\begin{cases}2^x,x>0,\\ 1,x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 的值域是_____.

7. (江苏海安高级中学 4 月模拟)设 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x},0<x<1,\\ 2(x-1),x\geqslant 1,\end{cases}$ 若 $f(a)=f(a+1)$，则 $f\left(\dfrac{1}{a}\right)=$_____.

考点2　函数的基本性质

研教材　摘精华

1. 函数各性质的关系
   - 奇偶性＋单调性：奇函数在对称区间单调性相同，偶函数相反
   - 奇偶性＋对称性：奇函数的图象关于坐标原点对称；偶函数的图象关于 y 轴对称
   - 对称性＋周期性：对称函数可能是周期函数

2. 函数周期性的常用结论

对于 $f(x)$ 的定义域内任一自变量的值 x：

(1)若 $f(x+a)=-f(x)$，则最小正周期 $T=2a$.

(2)若 $f(x+a)=\dfrac{1}{f(x)}$，则最小正周期 $T=2a$.

(3)若 $f(x+a)=-\dfrac{1}{f(x)}$，则最小正周期 $T=2a$.

(4)若 $f(2a-x)=f(x)$，且 $f(2b-x)=f(x)$(其中 $a<b$)，则最小正周期 $T=2(b-a)$.

(5)若 $f(2a-x)=-f(x)$，且 $f(2b-x)=f(x)$(其中 $a<b$)，则最小正周期 $T=4(b-a)$.

(6)若 $f(2a-x)=-f(x)$，且 $f(2b-x)=-f(x)$(其中 $a<b$)，则最小正周期 $T=2(b-a)$.

(7)若 $f(x+a)=f(x+b)(a\neq b)$，则最小正周期 $T=|a-b|$.

巧练习　夯基础

实际用时：_____　建议用时：60 分钟

一、选择题：本题共 11 小题. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 下列函数在定义域内既是奇函数又是增函数的是

A. $f(x)=x^3$　　B. $f(x)=2^x$

C. $f(x)=-\dfrac{1}{x}$　　D. $f(x)=\tan x$

2. (北京西城统测)下列函数中，既是偶函数又在区间$(0,+\infty)$上单调递增的是　(　)

A. $y=x^2+x$　　B. $y=\cos x$

C. $y=2^x$　　D. $y=\log_2|x|$

3. (2025·全国Ⅰ卷)已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上且周期为 2 的偶函数，当 $2\leqslant x\leqslant 3$ 时，$f(x)=5-2x$，则 $f\left(-\dfrac{3}{4}\right)=$　(　)

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

4. (山东烟台、德州适应测)已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x-y)-f(x+y)=f(x-1)f(y)$，且 $f(-1)=-2$，则 $f(2\,025)=$　(　)

A. -2　　B. 0　　C. 1　　D. 2

5. (长沙长郡中学月考三)已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(5)=4$，$f(x+3)$ 是偶函数，$\forall x_1,x_2\in[3,+\infty)$，有 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$，则　(　)

A. $f(0)<4$　　B. $f(1)=4$

C. $f(2)>4$　　D. $f(3)<0$

天利38套®

高考
常考基础题
答案详解

数学

目 录

专题一　集合与常用逻辑用语 …… 答 1
专题二　不等式 …… 答 2
专题三　函数 …… 答 4
专题四　导数及其应用 …… 答 17
专题五　三角函数 …… 答 42
专题六　解三角形 …… 答 49
专题七　平面向量 …… 答 53
专题八　复数 …… 答 58
专题九　数列 …… 答 60
专题十　立体几何 …… 答 73
专题十一　平面解析几何 …… 答 98
专题十二　计数原理 …… 答 122
专题十三　统计 …… 答 125
专题十四　概率 …… 答 128



专题一　集合与常用逻辑用语

考点1　集　　合

答案速查　精准定位，正误立现

1—5 DDCCA　6 B　7 BC　8 ACD　9 5

详解详析　理清思路，拓展思维

1. D　**【解析】集合的补集与并集**　由题意得 $A\cup B=\{1,2,3,5\}$，所以 $\complement_U(A\cup B)=\{4\}$，故选 D.

2. D　**【解析】集合的交集运算**　由题意得 $B=\{-1,0,1\}$，所以 $A\cap B=\{0,1\}$，故选 D.

3. C　**【解析】集合的补集运算＋集合中元素的个数**　由题得 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，故 $\complement_U A=\{2,4,6,7,8\}$，其有 5 个元素，故选 C.

4. C　**【解析】集合的并集、补集运算**　由题知 $A\cup B=\{1,2,3,6\}$，又由 Venn 图知，阴影部分代表的集合为 $\complement_U(A\cup B)=\{4,5\}$，故选 C.

5. A　**【解析】集合的新运算**　由集合的新运算得 $A*B=\{0,2,4\}$，所以集合 $A*B$ 的所有元素之和为 6，故选 A.

6. B　**【解析】集合的新定义**　由 $x\in A$ 且 $\frac{1}{1-x}\in A$ 可得，若 $x=-2$，则 $\frac{1}{1-x}=\frac{1}{3}\notin A$，所以“和谐集”不含元素 -2；若 $x=1$，则 $\frac{1}{1-x}$ 不存在，所以“和谐集”不含元素 1；若 $x=0$，则 $\frac{1}{1-x}=1$，要求 1 也属于该集合，产生矛盾，所以“和谐集”不含元素 0；若 $x=-\frac{1}{2}$，则 $\frac{1}{1-x}=\frac{2}{3}\in A$；若 $x=\frac{2}{3}$，则 $\frac{1}{1-x}=3\in A$；若 $x=3$，则 $\frac{1}{1-x}=-\frac{1}{2}\in A$；所以集合 M 的子集中“和谐集”只有 $\left\{-\frac{1}{2},\frac{2}{3},3\right\}$，故选 B.

7. BC　**【解析】集合元素的互异性＋解一元二次方程**　因为 $5\in A$，所以 $x+2=5$ 或 $x^2-4x=5$，所以 $x=3$ 或 $x=5$ 或 $x=-1$，又因为当 $x=3$ 时，$A=\{-3,5,-3\}$，不满足集合元素的互异性，舍去（**易错**：*在解方程求得 x 值后，忘记验证集合中元素的互异性*），故选 BC.

8. ACD　**【解析】集合的概念与运算**　因为集合 $A=\{1,3,4\}$，$B=\left\{x\in\mathbf{N}\middle|\frac{8}{x}\in\mathbf{N}\right\}=\{1,2,4,8\}$，所以 $U=A\cup B=\{1,2,3,4,8\}$，故 A 正确；$\{1\}\subseteq U$，故 B 错误；$\complement_U A=\{2,8\}\subseteq B$，故 C 正确；集合 A 的非空真子集有 $2^3-2=6$（个），故 D 正确. 综上，故选 ACD.

9. 5　**【解析】根据集合的交集运算求参数的取值范围**　由 $|x-3|\leqslant m$，得 $-m+3\leqslant x\leqslant m+3$，所以 $B=\{x|-m+3\leqslant x\leqslant m+3\}$，由 $A\cap B=A$ 得 $A\subseteq B$，所以 $\begin{cases}4\leqslant m+3,\\-2\geqslant -m+3,\end{cases}$ 解得 $m\geqslant 5$，所以 m 的最小值为 5.

考点2　常用逻辑用语

答案速查　精准定位，正误立现

1—5 DBBAA　6 AB　7 ACD　8 AD

9 $-1\leqslant x\leqslant 2$（答案不唯一）　10 $(-\infty,2]$

详解详析　理清思路，拓展思维

1. D　**【解析】存在量词命题的否定**　命题“$\exists a\in[0,1],a^4+a^2>1$”的否定为“$\forall a\in[0,1],a^4+a^2\leqslant 1$”，故选 D.

2. B　**【解析】全称量词命题与存在量词命题＋命题的否定**　因为对于 $\forall x\in\mathbf{R},|x+1|\geqslant 0$，所以命题 p 为假命题，所以 $\neg p$ 为真命题，因为 $x^3=x$，所以 $x^3-x=0$，所以 $x(x^2-1)=0$，即 $x(x+1)(x-1)=0$，解得 $x=-1$ 或 $x=0$ 或 $x=1$，所以 $\exists x=1$，即 $\exists x>0,x^3=x$，所以命题 q 为真命题，所以 $\neg q$ 为假命题，所以 $\neg p$ 和 q 都是真命题，故选 B.

3. B　**【解析】对数函数的单调性＋充分条件和必要条件的判断**　若 $\log_a b>0=\log_a 1$，则 $a>1$ 且 $b>1$ 或 $0<a<1$ 且 $0<b<1$，所以充分性不成立. 若 $a>1$ 且 $b>1$，则 $\log_a b>0$，所以必要性成立，所以“$\log_a b>0$”是“$a>1$ 且 $b>1$”的必要不充分条件，故选 B.

4. A　**【解析】充分条件与必要条件的判断**　当 $x=0$ 时，$\sin 2x=0$，故充分性成立，由 $\sin 2x=0$ 得 $2x=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即 $x=\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，故必要性不成立，所以“$x=0$”是“$\sin 2x=0$”的充分不必要条件，故选 A.

5. A　**【解析】充分条件和必要条件的判断**　当函数 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$ 时，对任意 $M\in\mathbf{R}$，存在 $x_0\in D$，使得 $|f(x_0)|>M$ 成立，所以充分性成立，设函数 $f(x)=x,x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，可以满足对任意 $M\in\mathbf{R}$，存在 $x_0\in D$，使得 $|f(x_0)|>M$ 成立，但 $f(x)$ 的值域为 $\{f(x)|f(x)\neq 0\}$，不是 $\mathbf{R}$，所以必要性不成立（**提示**：*判断充分性或必要性不成立时，可以通过举反例的方式进行判断*），所以“函数 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$”是“对任意 $M\in\mathbf{R}$，存在 $x_0\in D$，使得 $|f(x_0)|>M$”的充分不必要条件，故选 A.

6. AB　**【解析】充分条件的定义＋集合间的关系**　由题知，$A\subseteq B$，所以 $a\leqslant 0$. 结合选项可知，A，B 正确，故选 AB.

7. ACD　**【解析】命题的真假＋全称量词命题＋存在量词命题**　易知选项 A，C，D 正确；对于 B，当 $x=1$ 时，$(x-1)^2=0$，故 B 错误. 综上，故选 ACD.

8. AD　**【解析】命题的真假＋充分条件与必要条件的判断＋不等式的性质**　对于 A，当 $a=2,b=-1$ 时命题成立，故 A 正确；对于 B，当 $a=0$ 时，不存在 x 使 $ax>2$ 成立，故 B 错误；对于 C，$ab\neq 0$ 等价于 $a\neq 0$ 且 $b\neq 0$，$a^2+b^2\neq 0$ 等价于 $a\neq 0$ 或 $b\neq 0$，