天利38套®

全国各省市

高考真题

单元专题训练

教学考试研究院 编

2027 高考总复习使用

5年真题
+
典型模拟题
立体式组合
训练

浓缩真题精粹
探寻命题规律

科学划分专题
系统攻克考点

答案解析详细
强化思维逻辑

数学

长春出版社

目　录

第一部分　专 题 训 练

专题一　集合与常用逻辑用语 …… 1/答1
考点1　集合 …… 1/答1
考点2　常用逻辑用语 …… 2/答1
专题二　一元二次函数、方程和不等式 …… 3/答2
考点1　不等式的性质 …… 3/答2
考点2　基本不等式 …… 3/答2
考点3　二次函数与一元二次方程、不等式 …… 4/答4
专题三　函数的概念与性质、指数函数与对数函数 …… 5/答4
考点1　函数的概念及其表示 …… 5/答4
考点2　函数的基本性质 …… 5/答4
考点3　函数图象的识别与应用 …… 8/答8
考点4　幂函数、指数函数与对数函数 …… 11/答9
考点5　函数的零点与方程的解 …… 14/答10
考点6　函数模型的应用 …… 16/答14
专题四　一元函数的导数及其应用 …… 17/答15
考点1　导数的概念及其几何意义、运算 …… 17/答15
考点2　利用导数研究函数的单调性 …… 19/答16
考点3　利用导数研究函数的极值、最大（小）值 …… 20/答18
考点4　利用导数研究函数的零点 …… 23/答22
专项突破1　利用导数证明不等式 …… 25/答24
专项突破2　利用导数研究恒（能）成立、存在性问题 …… 27/答27
专题五　三角函数 …… 29/答29
考点1　任意角和弧度制、三角函数的概念、诱导公式与三角恒等变换 …… 29/答29
考点2　三角函数的图象与性质 …… 31/答30
专题六　解三角形 …… 37/答36
专题七　平面向量及其应用 …… 41/答42
考点1　平面向量的概念与运算 …… 41/答42
考点2　平面向量的应用 …… 44/答45
专题八　复数 …… 45/答46
专题九　数列 …… 49/答48
考点1　数列的概念 …… 49/答48
考点2　等差数列 …… 51/答49
考点3　等比数列 …… 53/答51
考点4　数列求和 …… 54/答52
考点5　数列的综合应用 …… 56/答54
专题十　立体几何 …… 61/答58
考点1　基本立体图形、简单几何体的表面积与体积 …… 61/答58
考点2　空间点、直线、平面之间的位置关系 …… 63/答60
考点3　空间向量与立体几何 …… 67/答64
专项突破1　球的切、接问题 …… 73/答73
专项突破2　立体几何中的动态问题（翻折、动点） …… 74/答74
专题十一　直线和圆的方程 …… 75/答76

高考风向·真题导航

·真实情境题·

◎帆船比赛/P44, 考点2
◎古代建筑中的举架结构/P59, T1
◎丝带设计/P87, T4
◎新型水稻的亩产量研究/P95, T4
◎传输0, 1信号/P112, T4
◎生活中影子的投射方式/P124, 趋势5, T2

·创新考法·

◎导数与中心对称图形结合/P28, T3
◎利用4×4方格表探究计数原理问题/P93, T9

·模块交汇·

◎集合与向量交汇/P2, T10
◎集合与数列交汇/P56, T2; P57, T4
◎圆锥曲线与导数交汇/P117, T1
◎集合与组合交汇/P117, T2
◎数列与导数交汇/P117, T3
◎铜嘉量——数列与立体几何交汇/P118, T2
◎圆锥曲线与数列交汇/P118, T3
◎三角函数与导数交汇/P120, T4

·新定义·

◎定义“自相关曲线”/P113, T1
◎定义“(i,j)—可分数列”/P113, T2
◎定义“f最近点”/P114, T3
◎定义“$\Omega(A)$”/P114, T4

高考风向·真题导航

◎定义“r_k”/P115, T1

◎定义“m—连续可表数列”/P115, T2

◎定义“K列”/P116, T3

·数学文化·

◎“三斜求积”的应用/P37, T3

◎拥有悠久历史的度量衡“环权”/P59, T3

◎《海岛算经》/P123, 趋势5, T1

·课标导向·

◎民间剪纸艺术/P54, T2

◎传统建筑造型——坡屋顶/P65, T4

◎人工智能大语言模型训练/P124, T1

◎柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征由“认识”升级为“掌握”/P124, 趋势6, T2, T3

注：(1)“课标”指《普通高中数学课程标准日常修订版（2017年版2025年修订）》。
(2)更多内容，详见内文。

专题十二　圆锥曲线的方程 …… 77/答79
考点1　椭圆及其标准方程、简单几何性质 …… 77/答79
考点2　直线与椭圆的位置关系 …… 78/答79
考点3　双曲线及其标准方程、简单几何性质 …… 81/答83
考点4　直线与双曲线的位置关系 …… 82/答84
考点5　抛物线及其标准方程、简单几何性质 …… 83/答86
考点6　直线与抛物线的位置关系 …… 83/答86
考点7　圆锥曲线的综合应用 …… 85/答89
专项突破1　定点、定直线问题 …… 89/答92
专项突破2　面积、斜率问题 …… 90/答93
专项突破3　最值、范围问题 …… 91/答95
专题十三　计数原理 …… 93/答97
考点1　分类加法计数原理与分步乘法计数原理、排列与组合 …… 93/答97
考点2　二项式定理 …… 94/答98
专题十四　统计与成对数据的统计分析 …… 95/答99
考点1　随机抽样、用样本估计总体 …… 95/答99
考点2　成对数据的统计相关性、一元线性回归模型及其应用 …… 98/答101
考点3　列联表与独立性检验 …… 100/答101
专题十五　概率 …… 101/答102
考点1　古典概型 …… 101/答102
考点2　互斥事件与对立事件、事件的相互独立性 …… 103/答103
专题十六　随机变量及其分布 …… 105/答104
考点1　条件概率与全概率公式 …… 105/答104
考点2　离散型随机变量及其分布列、数字特征 …… 107/答105
考点3　二项分布、超几何分布、正态分布 …… 111/答107

第二部分　高考趋势题专练

专项特训　高考趋势题 …… 113/答108
趋势1　新定义题 …… 113/答108
趋势2　模块交汇题 …… 117/答114
趋势3　开放性题 …… 121/答119
趋势4　学科融合题 …… 123/答122
趋势5　新情境题 …… 123/答122
趋势6　课标导向题 …… 124/答123

答案详解(另册)

超多增值

以下内容可扫描下方“增值下载”二维码免费领取。
(1)好题加练：高考专题多维透视表中标“ ”的专题的模拟试题电子版。
(2)真题加练：《2026年高考真题专题训练》电子版(2026年10月后提供)。

增值服务客服微信：TianLi38zzkf
增值服务截止日期：2029年7月31日
增值下载
反馈建议

第一部分　专题训练

专题一　集合与常用逻辑用语

考点1　集合

实际用时：_____/建议用时：20分钟

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (2025·全国Ⅱ卷)已知集合 $A=\{-4,0,1,2,8\}$，$B=\{x\mid x^3=x\}$，则 $A\cap B=$ (　　)

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2,8\}$　　C. $\{2,8\}$　　D. $\{0,1\}$

2. (2025·全国Ⅰ卷)已知集合 $U=\{x\mid x$ 是小于9的正整数$\}$，$A=\{1,3,5\}$，则 $\complement_U A$ 中元素的个数为 (　　)

A. 0　　B. 3　　C. 5　　D. 8

3. (2025·北京卷)已知集合 $M=\{x\mid 2x-1>5\}$，$N=\{1,2,3\}$，则 $M\cap N=$ (　　)

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{3\}$　　D. $\varnothing$

4. (2025·天津卷)已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,5\}$，则 $\complement_U(A\cup B)=$ (　　)

A. $\{1,2,4,5\}$　　B. $\{1,3,4\}$　　C. $\{1,2,3,5\}$　　D. $\{4\}$

5. (2024·北京卷)已知集合 $M=\{x\mid -3<x<1\}$，$N=\{x\mid -1\leqslant x<4\}$，则 $M\cup N=$ (　　)

A. $\{x\mid -1\leqslant x<1\}$　　B. $\{x\mid x>-3\}$　　C. $\{x\mid -3<x<4\}$　　D. $\{x\mid x<4\}$

6. (2023·上海卷)已知 $P=\{1,2\}$，$Q=\{2,3\}$，若 $M=\{x\mid x\in P$ 且 $x\notin Q\}$，则 $M=$ (　　)

A. $\{1\}$　　B. $\{2\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{1,2,3\}$

7. (2024·全国甲卷)已知集合 $A=\{1,2,3,4,5,9\}$，$B=\{x\mid \sqrt{x}\in A\}$，则 $\complement_A(A\cap B)=$ (　　)

A. $\{1,4,9\}$　　B. $\{3,4,9\}$　　C. $\{1,2,3\}$　　D. $\{2,3,5\}$

8. (2023·全国甲卷)设全集 $U=\mathbf{Z}$，集合 $M=\{x\mid x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x\mid x=3k+2,k\in\mathbf{Z}\}$，则 $\complement_U(M\cup N)=$ (　　)

A. $\{x\mid x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{x\mid x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{x\mid x=3k-2,k\in\mathbf{Z}\}$　　D. $\varnothing$

9. (2024·新课标Ⅰ卷)已知集合 $A=\{x\mid -5<x^3<5\}$，$B=\{-3,-1,0,2,3\}$，则 $A\cap B=$ (　　)

A. $\{-1,0\}$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{-3,-1,0\}$　　D. $\{-1,0,2\}$

10. (2023·全国乙卷)设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x\mid x<1\}$，$N=\{x\mid -1<x<2\}$，则 $\{x\mid x\geqslant 2\}=$ (　　)

A. $\complement_U(M\cup N)$　　B. $N\cup\complement_U M$　　C. $\complement_U(M\cap N)$　　D. $M\cup\complement_U N$

11. (2023·新课标Ⅱ卷)设集合 $A=\{0,-a\}$，$B=\{1,a-2,2a-2\}$，若 $A\subseteq B$，则 $a=$ (　　)

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{2}{3}$　　D. -1

二、填空题

12. (2025·上海卷)已知全集 $U=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 5,x\in\mathbf{R}\}$，集合 $A=\{x\mid 2\leqslant x<4,x\in\mathbf{R}\}$，则 $\overline{A}=$_____.

考点 2 常用逻辑用语

实际用时：_____/建议用时：25 分钟

选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (2025 · 天津卷)已知 $x\in\mathbf{R}$，则“$x=0$”是“$\sin 2x=0$”的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. (2024 · 天津卷)已知 $a,b\in\mathbf{R}$，则“$a^3=b^3$”是“$3^a=3^b$”的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. (2024 · 北京卷)设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是向量，则“$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$”是“$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$ 或 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. (2023 · 北京卷)若 $xy\neq 0$，则“$x+y=0$”是“$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=-2$”的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. (2024 · 新课标Ⅱ卷)已知命题 $p:\forall x\in\mathbf{R},|x+1|>1$；命题 $q:\exists x>0,x^3=x$. 则 (　　)

A. p 和 q 都是真命题　　B. $\neg p$ 和 q 都是真命题

C. p 和 $\neg q$ 都是真命题　　D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题

6. (2024 · 全国甲卷)设向量 $\boldsymbol{a}=(x+1,x),\boldsymbol{b}=(x,2)$，则 (　　)

A. $x=-3$ 是 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 的必要条件　　B. $x=1+\sqrt{3}$ 是 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的必要条件

C. $x=0$ 是 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 的充分条件　　D. $x=-1+\sqrt{3}$ 是 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的充分条件

7. (2023 · 新课标Ⅰ卷)记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，设甲：$\{a_n\}$ 为等差数列；乙：$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列，则 (　　)

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件　　B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件　　D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

8. (2023 · 全国甲卷)设甲：$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=1$，乙：$\sin\alpha+\cos\beta=0$，则 (　　)

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件　　B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件　　D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

9. (2025 · 北京卷)已知函数 $f(x)$ 的定义域为 D，则“$f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$”是“对任意 $M\in\mathbf{R}$，存在 $x_0\in D$，使得 $|f(x_0)|>M$”的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

10. (2024 · 上海卷)已知集合 Ω 是空间的一个点集，任取不同的 $P_1,P_2,P_3\in\Omega$，存在不全为 0 的实数 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$，使得 $\lambda_1\overrightarrow{OP_1}+\lambda_2\overrightarrow{OP_2}+\lambda_3\overrightarrow{OP_3}=\mathbf{0}$(其中 O 为坐标原点). 已知 $(1,0,0)\in\Omega$，则 $(0,0,1)\notin\Omega$ 的充分条件是 (　　)

A. $(0,0,0)\in\Omega$　　B. $(-1,0,0)\in\Omega$

C. $(0,1,0)\in\Omega$　　D. $(0,0,-1)\in\Omega$

考点 1 不等式的性质

实际用时：_____/建议用时：3 分钟

选择题：在下题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（北京海淀期末）若 $a<b<0$，则下列不等式成立的是（　　）

A. $ab<b^2$　　B. $\frac{b}{a}>\frac{a}{b}$

C. $-\frac{1}{a}<-\frac{1}{b}$　　D. $a^2<b^2$

考点 2 基本不等式

实际用时：_____/建议用时：30 分钟

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.（2025·北京卷）已知 $a>0,b>0$，则（　　）

A. $a^2+b^2>2ab$　　B. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant\frac{1}{ab}$

C. $a+b>\sqrt{ab}$　　D. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\leqslant\frac{2}{\sqrt{ab}}$

2.（2022·上海卷）若实数 a,b 满足 $a>b>0$，下列不等式中恒成立的是（　　）

A. $a+b>2\sqrt{ab}$　　B. $a+b<2\sqrt{ab}$

C. $\frac{a}{2}+2b>2\sqrt{ab}$　　D. $\frac{a}{2}+2b<2\sqrt{ab}$

3.（广东大湾区期末）若 a,b 都是正数，且 $ab=3$，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{9}{a+b}$ 的最小值为（　　）

A. 4　　B. 6

C. $2\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{2}$

二、选择题：在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.

4.（2022·全国新高考Ⅱ卷）若 x,y 满足 $x^2+y^2-xy=1$，则（　　）

A. $x+y\leqslant1$　　B. $x+y\geqslant-2$

C. $x^2+y^2\leqslant2$　　D. $x^2+y^2\geqslant1$

5. (2020·全国新高考Ⅰ卷)已知 $a>0,b>0$,且 $a+b=1$,则 (　　)

A. $a^2+b^2\geqslant\frac{1}{2}$　　B. $2^{a-b}>\frac{1}{2}$

C. $\log_2 a+\log_2 b\geqslant -2$　　D. $\sqrt{a}+\sqrt{b}\leqslant\sqrt{2}$

6. (重庆九龙坡区、沙坪坝区、渝中区、北碚区质量调研)设正数 x,y 满足 $x+2y=3$,则下列说法正确的是 (　　)

A. xy 的最小值为 $\frac{9}{8}$　　B. $\frac{y}{x}+\frac{3}{y}$ 的最小值为 4

C. $\sqrt{x}+\sqrt{2y}$ 的最大值为 $\sqrt{6}$　　D. x^2+4y^2 的最小值为 $\frac{9}{2}$

三、填空题

7. (2021·天津卷)若 $a>0,b>0$,则 $\frac{1}{a}+\frac{a}{b^2}+b$ 的最小值为_____.

8. (2025·上海卷)设 $a,b>0,a+\frac{1}{b}=1$,则 $b+\frac{1}{a}$ 的最小值为_____.

考点 3 二次函数与一元二次方程、不等式

实际用时:_____/建议用时:15 分钟

一、选择题:在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2025·全国Ⅱ卷)不等式 $\frac{x-4}{x-1}\geqslant 2$ 的解集是 (　　)

A. $\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 1\}$　　B. $\{x\mid x\leqslant -2\}$

C. $\{x\mid -2\leqslant x<1\}$　　D. $\{x\mid x>1\}$

2. (济南质检)若 $\exists x\in\mathbf{R}$,$mx^2+2(m-3)x+4\leqslant 0$,则实数 m 的取值范围为 (　　)

A. $(1,9)$

B. $(-\infty,0)$

C. $(-\infty,1)\cup(9,+\infty)$

D. $(-\infty,1]\cup[9,+\infty)$

天利38套

二、填空题

3. (2025·上海卷)不等式 $\frac{x-3}{x-1}<0$ 的解集为_____.

4. (2024·上海卷)不等式 $x^2-2x-3<0$ 的解集为_____.

5. (2025·天津卷)已知 $a,b\in\mathbf{R}$,且 $(2a+b)x^2+bx-a-1\leqslant 0$ 对任意 $x\in[-2,2]$ 成立,则 $2a+b$ 的最小值为_____.

专题三　函数的概念与性质、指数函数与对数函数

考点 1 函数的概念及其表示

实际用时：_____/建议用时：15 分钟

填空题

1. (2024·上海卷)已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x>0,\\ 1, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f(3)=$_____.

2. (2022·北京卷)函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}+\sqrt{1-x}$ 的定义域是_____.

3. (2023·上海卷)已知 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x>0,\\ 1, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 的值域是_____.

4. (2021·浙江卷)已知 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-4, & x>2,\\ |x-3|+a, & x\leqslant 2.\end{cases}$ 若 $f(f(\sqrt{6}))=3$，则 $a=$_____.

5. (2022·上海卷)设函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=f\left(\dfrac{1}{x+1}\right)$，定义域为 $D=[0,+\infty)$，值域为 A，若集合 $\{y\mid y=f(x),x\in[0,a]\}$ 可取得 A 中所有值，则参数 a 的取值范围为_____.

考点 2 函数的基本性质

题组一

实际用时：_____/建议用时：45 分钟

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (2025·全国Ⅰ卷)已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上且周期为 2 的偶函数，当 $2\leqslant x\leqslant 3$ 时，$f(x)=5-2x$，则 $f\left(-\dfrac{3}{4}\right)=$ (　　)

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

2. (2022·北京卷)已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+2^x}$，则对任意实数 x，有 (　　)

A. $f(-x)+f(x)=0$　　B. $f(-x)-f(x)=0$

C. $f(-x)+f(x)=1$　　D. $f(-x)-f(x)=\dfrac{1}{3}$

3. (2021·上海卷)下列函数中，既是奇函数又是减函数的是 (　　)

A. $y=-3x$　　B. $y=x^3$　　C. $y=\log_3 x$　　D. $y=3^x$

4. (2023·全国甲卷)已知 $f(x)=\dfrac{x\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{ax}-1}$ 是偶函数,则 $a=$ (　　)

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

5. (2023·北京卷)下列函数中,在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是 (　　)

A. $f(x)=-\ln x$　　B. $f(x)=\dfrac{1}{2^{x}}$

C. $f(x)=-\dfrac{1}{x}$　　D. $f(x)=3^{|x-1|}$

6. (2024·天津卷)下列函数是偶函数的为 (　　)

A. $y=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-x^{2}}{\mathrm{e}^{x}+x^{2}}$　　B. $y=\dfrac{\cos x-x^{2}}{x^{2}+1}$

C. $y=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-x}{\mathrm{e}^{x}+x}$　　D. $y=\dfrac{\sin x-x}{x^{2}+1}$

7. (2022·全国乙卷)已知函数 $f(x)$,$g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$,且 $f(x)+g(2-x)=5$,$g(x)-f(x-4)=7$. 若 $y=g(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称,$g(2)=4$,则 $\sum\limits_{k=1}^{22}f(k)=$ (　　)

A. -21　　B. -22　　C. -23　　D. -24

二、选择题:在下题给出的选项中,有多项符合题目要求.

8. (2023·新课标Ⅰ卷)已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,$f(xy)=y^{2}f(x)+x^{2}f(y)$,则 (　　)

A. $f(0)=0$　　B. $f(1)=0$

C. $f(x)$ 是偶函数　　D. $x=0$ 为 $f(x)$ 的极小值点

三、填空题

9. (2024·上海卷)若函数 $f(x)=x^{3}+a$ 为奇函数,则 $a=$_____.

10. (2022·上海卷)若函数 $f(x)=\begin{cases}a^{2}x-1,x<0,\\ x+a,x>0,\\ 0,x=0\end{cases}$ 为奇函数,则实数 $a=$_____.

11. (2022·北京卷)设函数 $f(x)=\begin{cases}-ax+1,x<a,\\ (x-2)^{2},x\geqslant a.\end{cases}$ 若 $f(x)$ 存在最小值,则 a 的一个取值为_____;a 的最大值为_____.

12. (2025·北京卷)关于定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$,给出下列四个结论:

①存在在 $\mathbf{R}$ 上单调递增的函数 $f(x)$ 使得 $f(x)+f(2x)=-x$ 恒成立;

②存在在 $\mathbf{R}$ 上单调递减的函数 $f(x)$ 使得 $f(x)-f(2x)=x$ 恒成立;

③使得 $f(x)+f(-x)=\cos x$ 恒成立的函数 $f(x)$ 存在且有无穷多个;

④使得 $f(x)-f(-x)=\cos x$ 恒成立的函数 $f(x)$ 存在且有无穷多个.

其中正确结论的序号是_____.

题组二

实际用时：_____/建议用时：35分钟

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (2024·新课标Ⅰ卷)已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2ax-a,x<0,\\ e^x+\ln(x+1),x\geqslant 0\end{cases}$ 在 **R** 上单调递增，则 a 的取值范围是 (　　)

A. $(-\infty,0]$　　B. $[-1,0]$　　C. $[-1,1]$　　D. $[0,+\infty)$

2. (2023·新课标Ⅱ卷)若 $f(x)=(x+a)\ln\dfrac{2x-1}{2x+1}$ 为偶函数，则 $a=$ (　　)

A. -1　　B. 0　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

3. (2021·全国新高考Ⅱ卷)$f(x)$是定义在 **R** 上的函数，$f(x+2)$为偶函数，$f(2x+1)$为奇函数，则 (　　)

A. $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$　　B. $f(-1)=0$

C. $f(2)=0$　　D. $f(4)=0$

4. (2024·新课标Ⅰ卷)已知函数 $f(x)$的定义域为 **R**，$f(x)>f(x-1)+f(x-2)$，且当 $x<3$ 时 $f(x)=x$，则下列结论中一定正确的是 (　　)

A. $f(10)>100$　　B. $f(20)>1\,000$

C. $f(10)<1\,000$　　D. $f(20)<10\,000$

5. (2022·全国新高考Ⅱ卷)已知函数 $f(x)$的定义域为 **R**，且 $f(x+y)+f(x-y)=f(x)f(y)$，$f(1)=1$，则 $\sum\limits_{k=1}^{22}f(k)=$ (　　)

A. -3　　B. -2　　C. 0　　D. 1

6. (2020·全国卷)设函数 $f(x)=\ln|2x+1|-\ln|2x-1|$，则 $f(x)$ (　　)

A. 是偶函数，且在$\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$单调递增　　B. 是奇函数，且在$\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$单调递减

C. 是偶函数，且在$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)$单调递增　　D. 是奇函数，且在$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)$单调递减

7. (2024·新课标Ⅱ卷)设函数 $f(x)=(x+a)\ln(x+b)$. 若 $f(x)\geqslant 0$，则 a^2+b^2 的最小值为 (　　)

A. $\dfrac{1}{8}$　　B. $\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

天利38套

二、选择题：在下题给出的选项中，有多项符合题目要求.

8. (2022·全国新高考Ⅰ卷)已知函数 $f(x)$及其导函数 $f'(x)$的定义域均为 **R**，记 $g(x)=f'(x)$. 若 $f\left(\dfrac{3}{2}-2x\right)$，$g(2+x)$均为偶函数，则 (　　)

A. $f(0)=0$　　B. $g\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$

C. $f(-1)=f(4)$　　D. $g(-1)=g(2)$

天利38套®

全国各省市 高考真题

单元专题训练

答案详解

数学

目　录

第一部分　专题训练

专题一　集合与常用逻辑用语 …… 答1
专题二　一元二次函数、方程和不等式 …… 答2
专题三　函数的概念与性质、指数函数与对数函数 …… 答4
专题四　一元函数的导数及其应用 …… 答15
专题五　三角函数 …… 答29
专题六　解三角形 …… 答36
专题七　平面向量及其应用 …… 答42
专题八　复数 …… 答46
专题九　数列 …… 答48
专题十　立体几何 …… 答58
专题十一　直线和圆的方程 …… 答76
专题十二　圆锥曲线的方程 …… 答79
专题十三　计数原理 …… 答97
专题十四　统计与成对数据的统计分析 …… 答99
专题十五　概率 …… 答102
专题十六　随机变量及其分布 …… 答104

第二部分　高考趋势题专练

专项特训　高考趋势题 …… 答108

第一部分　专题训练

专题一　集合与常用逻辑用语

考点1　集合

答案速查

1—5　DCDDC　6—10　ADAAA　11　B

12　$\{x\mid 4\leqslant x\leqslant 5, x\in \mathbf{R}\}$

1. D　【解析】集合的交集运算　由题意得 $B=\{-1,0,1\}$，所以 $A\cap B=\{0,1\}$，故选 D.

2. C　【解析】集合的补集运算＋集合中元素的个数　由题意得 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，所以 $\complement_U A=\{2,4,6,7,8\}$，其有 5 个元素，故选 C.

3. D　【解析】集合的交集运算　因为 $M=\{x\mid 2x-1>5\}=\{x\mid x>3\}$，所以 $M\cap N=\varnothing$，故选 D.

4. D　【解析】集合的补集与并集　由题意得，$A\cup B=\{1,2,3,5\}$，所以 $\complement_U(A\cup B)=\{4\}$，故选 D.

5. C　【解析】集合的并集运算　因为 $M=\{x\mid -3<x<1\}$，$N=\{x\mid -1\leqslant x<4\}$，所以 $M\cup N=\{x\mid -3<x<4\}$，故选 C.

6. A　【解析】集合的相关概念　由题意知 $M=\{x\mid x\in P$ 且 $x\notin Q\}=\{1\}$，故选 A.

方法技巧

描述法表示集合要注意集合中的代表元素的意义，如集合 $\{x\mid y=\sqrt{x-1}\}$、集合 $\{y\mid y=\sqrt{x-1}\}$ 和集合 $\{(x,y)\mid y=\sqrt{x-1}\}$ 分别表示函数 $y=\sqrt{x-1}$ 的定义域、值域和图象上的点的集合.

7. D　【解析】集合的交集与补集　因为集合 $A=\{1,2,3,4,5,9\}$，所以集合 $B=\{x\mid \sqrt{x}\in A\}=\{1,4,9,16,25,81\}$，则 $A\cap B=\{1,4,9\}$，所以 $\complement_A(A\cap B)=\{2,3,5\}$，故选 D.

8. A　【解析】集合的运算　因为 $M=\{x\mid x=3k+1,k\in \mathbf{Z}\}$，$N=\{x\mid x=3k+2,k\in \mathbf{Z}\}$，而 $U=\{x\mid x=3k,3k+1,3k+2,k\in \mathbf{Z}\}$（题眼），所以 $\complement_U(M\cup N)=\{x\mid x=3k,k\in \mathbf{Z}\}$，故选 A.

9. A　【解析】不等式的解法＋集合的交集运算

解法一：由 $-5<x^3<5$ 可得 $-\sqrt[3]{5}<x<\sqrt[3]{5}$，所以 $A=\{x\mid -\sqrt[3]{5}<x<\sqrt[3]{5}\}$. 因为 $B=\{-3,-1,0,2,3\}$，所以 $A\cap B=\{-1,0\}$，故选 A.

解法二：根据题意，结合集合 B 中的元素知，$-3,2,3\notin A$，$-1,0\in A$，所以 $A\cap B=\{-1,0\}$，故选 A.

10. A　【解析】集合的运算　对于 A，因为 $M\cup N=\{x\mid x<2\}$，所以 $\complement_U(M\cup N)=\{x\mid x\geqslant 2\}$，故 A 正确；对于 B，因为 $\complement_U M=\{x\mid x\geqslant 1\}$，所以 $N\cup\complement_U M=\{x\mid x>-1\}$，故 B 错误；对于 C，因为 $M\cap N=\{x\mid -1<x<1\}$，所以 $\complement_U(M\cap N)=\{x\mid x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 1\}$，故 C 错误；对于 D，因为 $\complement_U N=\{x\mid x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 2\}$，所以 $M\cup\complement_U N=\{x\mid x<1$ 或 $x\geqslant 2\}$，故 D 错误. 综上，故选 A.

11. B　【解析】集合间的关系　若 $-a=1$，则 $a=-1$，此时 $A=\{0,1\}$，$B=\{1,-3,-4\}$，不满足题意；若 $-a=a-2$，则 $a=1$，此时 $A=\{0,-1\}$，$B=\{1,-1,0\}$，$A\subseteq B$，满足题意；若 $-a=2a-2$，则 $a=\frac{2}{3}$，此时 $A=\left\{0,-\frac{2}{3}\right\}$，$B=\left\{1,-\frac{4}{3},-\frac{2}{3}\right\}$，不满足题意. 综上，故选 B.

12. $\{x\mid 4\leqslant x\leqslant 5, x\in \mathbf{R}\}$　【解析】集合的补集运算　由补集的概念得 $\overline{A}=\{x\mid 4\leqslant x\leqslant 5, x\in \mathbf{R}\}$.

考点2　常用逻辑用语

答案速查

1—5　ACBCB　6—10　CCBAC

1. A　【解析】充分条件与必要条件的判断　当 $x=0$ 时，$\sin 2x=0$，故充分性成立，由 $\sin 2x=0$，得 $2x=k\pi(k\in \mathbf{Z})$，即 $x=\frac{k\pi}{2}(k\in \mathbf{Z})$，故必要性不成立，所以“$x=0$”是“$\sin 2x=0$”的充分不必要条件，故选 A.

2. C　【解析】充分条件与必要条件的判断＋函数的单调性　因为函数 $y=x^3$ 与函数 $y=3^x$ 均为 $\mathbf{R}$ 上的单调递增函数，所以由 $a^3=b^3$，$3^a=3^b$，均可得到 $a=b$，所以“$a^3=b^3$”是“$3^a=3^b$”的充要条件，故选 C.

3. B　【解析】充分条件与必要条件的判断　因为 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$，所以 $|\boldsymbol{a}|^2-|\boldsymbol{b}|^2=0$，所以 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$. 不能得出 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线，不满足充分性. 反之，必要性成立，故选 B.

4. C　【解析】充分条件和必要条件的判断　因为 $xy\neq 0$（题眼），所以当 $x+y=0$ 时，$\frac{y}{x}=\frac{x}{y}=-1$，所以 $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=-2$，充分性成立；当 $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=-2$ 时，$x^2+y^2=-2xy$，即 $(x+y)^2=0$，所以 $x+y=0$，必要性成立，所以“$x+y=0$”是“$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=-2$”的充要条件，故选 C.

5. B　【解析】全称量词命题与存在量词命题＋命题的否定　因为对于 $\forall x\in \mathbf{R}$，$|x+1|\geqslant 0$，所以命题 p 为假命题，所以 $\neg p$ 为真命题. 因为 $x^3=x$，所以 $x^3-x=0$，所以 $x(x^2-1)=0$，即 $x(x+1)(x-1)=0$，解得 $x=-1$ 或 $x=0$ 或 $x=1$，所以 $\exists x=1$，即 $\exists x>0$，$x^3=x$，所以命题 q 为真命题，所以 $\neg q$ 为假命题. 综上，$\neg p$ 和 q 都是真命题，故选 B.

6. C　【解析】向量的坐标运算＋向量的垂直与平行＋充分条件和必要条件的判断　若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $x(x+1)+2x=0$，即 x^2+

$3x=0$，解得 $x=0$ 或 $x=-3$，**故 A 错误，C 正确**；若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则 $2(x+1)-x^2=0$，即 $x^2-2x-2=0$，解得 $x=1\pm\sqrt{3}$，**故 B，D 错误**. 综上，**故选 C**.

7. C 【解析】**等差数列的定义、通项公式及前 n 项和公式＋充分条件与必要条件的判断** 若$\{a_n\}$为等差数列，设公差为 d，则 $S_n=\frac{d}{2}n^2+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)n$，即 $\frac{S_n}{n}=\frac{d}{2}n+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)$，所以 $\frac{S_{n+1}}{n+1}-\frac{S_n}{n}=\frac{d}{2}$（**题眼**），所以 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列，故甲是乙的充分条件. 若 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列，设公差为 d_1，则 $\frac{S_n}{n}=S_1+(n-1)d_1$，即 $S_n=d_1n^2+(S_1-d_1)n$，易知 $a_1=S_1$，当 $n\geqslant2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2d_1n+S_1-2d_1$，$n=1$ 时也符合，故 $a_n=2d_1n+S_1-2d_1$（**易错：需验证 $n=1$**），所以 $a_{n+1}-a_n=2d_1$，所以$\{a_n\}$为等差数列，故甲是乙的必要条件. 综上，甲是乙的充要条件，**故选 C**.

溯源教材

本题以人教 A 选择性必修第二册第四章 4.2.2 等差数列的前 n 项和公式为载体，参照人教 A 版必修第一册第一章 1.4.2、人教 B 版必修第一册第一章 1.2.3 命制.

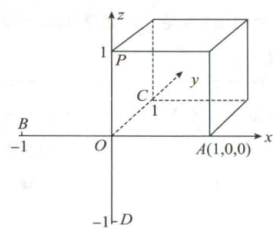
8. B 【解析】**充分条件与必要条件的判断** 若 $\sin\alpha+\cos\beta=0$，则$\sin\alpha=-\cos\beta$，因为 $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$，所以 $\sin^2\alpha+\sin^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta=1$，所以“$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=1$”是“$\sin\alpha+\cos\beta=0$”的必要条件. 若$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=1$，则由 $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$ 得 $\sin^2\alpha=\cos^2\beta$，即 $\sin\alpha=\cos\beta$ 或$\sin\alpha=-\cos\beta$，即 $\sin\alpha-\cos\beta=0$ 或 $\sin\alpha+\cos\beta=0$，故“$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=1$”不是“$\sin\alpha+\cos\beta=0$”的充分条件. 综上，“$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=1$”是“$\sin\alpha+\cos\beta=0$”的必要不充分条件，**故选 B**.

9. A 【解析】**充分条件和必要条件的判断** 当函数 $f(x)$的值域为 $\mathbf{R}$ 时，对任意 $M\in\mathbf{R}$，存在 $x_0\in D$，使得 $|f(x_0)|>M$ 成立，所以充分性成立. 设函数 $f(x)=x$，$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，可以满足对任意 $M\in\mathbf{R}$，存在 $x_0\in D$，使得 $|f(x_0)|>M$ 成立，但 $f(x)$的值域为$\{f(x)\mid f(x)\neq0\}$，不是 $\mathbf{R}$，所以必要性不成立（**提示**：判断充分性或必要性不成立时，可以通过举反例的方式进行判断）. 综上，“函数 $f(x)$的值域为 $\mathbf{R}$”是“对任意 $M\in\mathbf{R}$，存在 $x_0\in D$，使得 $|f(x_0)|>M$”的充分不必要条件，**故选 A**.

10. C 【解析】**空间向量＋充分条件**

【思路引导】已知条件 $\rightarrow\overrightarrow{OP_1},\overrightarrow{OP_2},\overrightarrow{OP_3}$ 共面 $\rightarrow$ 三个向量不共面即可符合题意 $\xrightarrow{\text{数形结合}}$ 得解.

由存在不全为 0 的实数 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$，使得 $\lambda_1\overrightarrow{OP_1}+\lambda_2\overrightarrow{OP_2}+\lambda_3\overrightarrow{OP_3}=\boldsymbol{0}$，得出 $\overrightarrow{OP_1},\overrightarrow{OP_2},\overrightarrow{OP_3}$ 共面（**题眼**），如下图，记 $\overrightarrow{OA}=(1,0,0)$，$\overrightarrow{OP}=(0,0,1)$，要使 $\overrightarrow{OP}\notin\Omega$，则 $\overrightarrow{OP}$ 与所求选项中向量及 $\overrightarrow{OA}$ 不共面，对于 A，$O(0,0,0)$，因为 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OP}$ 共面，**故 A 错误**；对于 B，$B(-1,0,0)$，因为 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OP}$ 共面，**故 B 错误**；对于 C，$C(0,1,0)$，因为 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OP}$ 不共面，**故 C 正确**；对于 D，$D(0,0,-1)$，因为 $\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OA}$ 共面，**故 D 错误**. 综上，**故选 C**.



专题二　一元二次函数、方程和不等式

考点 1　不等式的性质

C 【解析】**不等式的性质**

解法一（作差法）：因为 $a<b<0$，所以 $a-b<0$，$ab>0$，$b^2-a^2<0$. 对于 A，$ab-b^2=b(a-b)>0$，所以 $ab>b^2$，**故 A 不成立**；对于 B，$\frac{b}{a}-\frac{a}{b}=\frac{b^2-a^2}{ab}<0$，所以 $\frac{b}{a}<\frac{a}{b}$，**故 B 不成立**；对于 C，$\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{a-b}{ab}<0$，所以 $-\frac{1}{a}<-\frac{1}{b}$，**故 C 成立**；对于 D，$a^2-b^2>0$，所以 $a^2>b^2$，**故 D 不成立**. 综上，**故选 C**.

解法二（赋值法）：不妨取 $a=-2$，$b=-1$（**题眼**），对于 A，$ab=2$，$b^2=1$，所以 $ab>b^2$，**故 A 不成立**；对于 B，$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$，$\frac{a}{b}=2$，所以 $\frac{b}{a}<\frac{a}{b}$，**故 B 不成立**；对于 C，$-\frac{1}{a}=\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{b}=1$，所以 $-\frac{1}{a}<-\frac{1}{b}$，**故 C 成立**；对于 D，$a^2=4$，$b^2=1$，所以 $a^2>b^2$，**故 D 不成立**. 综上，**故选 C**.

解法三（性质法）：对于 A，$a<b$，$b<0$，所以 $ab>b^2$，**故 A 不成立**；对于 B，$\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<0$，所以 $\frac{a}{b}>\frac{b}{b}>\frac{b}{a}$，**故 B 不成立**；对于 C，$\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<0$，所以 $-\frac{1}{b}>-\frac{1}{a}>0$，**故 C 成立**；对于 D，$a^2>b^2$，**故 D 不成立**. 综上，**故选 C**.

考点 2　基本不等式

答案速查

1—3 CAC　4 BC　5 ABD　6 BCD　7 $2\sqrt{2}$　8 4

1. C 【解析】**不等式的性质＋基本不等式** 对于 A，$a^2+b^2-2ab=(a-b)^2\geqslant0$，当且仅当 $a=b$ 时取等号，**故 A 错误**. 对