王朝银 主编

高考步步

2027

大一轮复习讲义

AI助力一轮高效复习 大数据驱动精准教学

数学

培优版

黑龙江教育出版社

深挖考点　细分课时　一课一练

数学（培优版）

目录

第一章　集合、常用逻辑用语、不等式/1
§1.1　集　合/1　[练 P267]
§1.2　常用逻辑用语/4　[练 P269]
§1.3　等式性质与不等式性质/7　[练 P271]
§1.4　基本不等式/9　[练 P273]
§1.5　一元二次方程、不等式/12　[练 P275]
§1.6　著名的不等式[微重点]/15　[练 P277]

第二章　函　数/18
§2.1　函数的概念及其表示/18　[练 P279]
§2.2　函数的单调性与最值/20　[练 P281]
微拓展　求函数的值域(最值)的常用方法/22
§2.3　函数的奇偶性/23　[练 P283]
§2.4　函数的周期性和对称性/25　[练 P285]
§2.5　函数性质的综合应用[微重点]/27　[练 P287]
§2.6　二次函数与幂函数/28　[练 P289]
§2.7　指数与指数函数/31　[练 P291]
微拓展　抽象函数/33
§2.8　对数与对数函数/34　[练 P293]
微拓展　对数型糖水不等式/36
§2.9　指、对、幂的大小比较[微重点]/37　[练 P295]
§2.10　函数的图象/38　[练 P297]
§2.11　函数的零点与方程的解/41　[练 P301]
§2.12　函数与方程的综合应用[微重点]/43　[练 P303]
§2.13　函数模型的应用/45　[练 P304]

第三章　一元函数的导数及其应用/49
§3.1　导数的概念及其意义、导数的运算/49　[练 P309]
微拓展　洛必达法则/51
§3.2　导数与函数的单调性/52　[练 P311]
§3.3　导数与函数的极值、最值/54　[练 P313]
微拓展　常见组合函数的图象/56
§3.4　三次函数的图象与性质[微重点]/57　[练 P315]
微拓展　三次函数切线的条数/60
§3.5　函数中的构造问题[微重点]/60　[练 P317]
§3.6　同构问题[微重点]/62　[练 P318]
§3.7　不等式的证明方法(一)——作差法与双函数构造法/63　[练 P320]
§3.8　不等式的证明方法(二)——指对放缩/65　[练 P321]
§3.9　不等式的证明方法(三)——飘带不等式/67　[练 P322]
§3.10　不等式的证明方法(四)——极值点偏移(1)/69　[练 P323]
§3.11　不等式的证明方法(五)——极值点偏移(2)/70　[练 P324]
§3.12　不等式的证明方法(六)——由极值点偏移衍生的零点差问题/72　[练 P325]
§3.13　不等式的证明方法(七)——导数与数列/74　[练 P326]
§3.14　不等式恒(能)成立问题(一)——参数全分离/77　[练 P327]

§3.15 不等式恒(能)成立问题(二)——参数半分离与主元变换/78 [练 P328]
§3.16 不等式恒(能)成立问题(三)——分类讨论/80 [练 P329]
§3.17 不等式恒(能)成立问题(四)——端点效应/82 [练 P330]
§3.18 不等式恒(能)成立问题(五)——端点失效与极点效应/84 [练 P331]
§3.19 导数中的零点问题(一)——零点个数问题/85 [练 P332]
§3.20 导数中的零点问题(二)——隐零点/87 [练 P333]
§3.21 泰勒展开式/89 [练 P335]
§3.22 帕德近似/91 [练 P336]

第四章 三角函数与解三角形/93
§4.1 三角函数基本公式/93 [练 P339]
§4.2 三角恒等变换/96 [练 P341]
§4.3 三角函数的图象与性质/99 [练 P343]
§4.4 解三角形小题(一)/103 [练 P347]
§4.5 解三角形小题(二)/105 [练 P349]
§4.6 解三角形大题/108 [练 P351]

第五章 平面向量与复数/112
§5.1 平面向量基本定理及向量线性运算/112 [练 P359]
§5.2 平面向量的数量积/116 [练 P361]
§5.3 奔驰定理与四心问题[微重点]/119 [练 P363]
§5.4 复 数/122 [练 P365]

第六章 数 列/126
§6.1 数列的概念/126 [练 P369]
§6.2 等差数列/129 [练 P371]
§6.3 等比数列/132 [练 P373]
§6.4 数列中的构造问题[微重点]/136 [练 P375]
微拓展 特征根法求 $a_{n+2}=pa_{n+1}+qa_n$ 型的通项公式/137
微拓展 不动点法求 $a_{n+1}=\dfrac{a\cdot a_n+b}{c\cdot a_n+d}$ 型的通项公式/137
§6.5 数列求和(一)/138 [练 P379]
§6.6 数列求和(二)/141 [练 P381]
§6.7 新情境、新定义下的数列问题[微重点]/146 [练 P383]

第七章 立体几何与空间向量/149
§7.1 基本立体图形、简单几何体的表面积与体积/149 [练 P389]
§7.2 球的切、接问题[微重点]/152 [练 P393]
微拓展 多球堆叠相切问题/154
§7.3 空间点、直线、平面之间的位置关系/154 [练 P394]
§7.4 空间直线、平面的平行/157 [练 P397]
§7.5 空间直线、平面的垂直/161 [练 P399]
微拓展 三余弦定理 $\cos\theta=\cos\theta_1\cdot\cos\theta_2$ 的应用/164
§7.6 空间向量的概念与运算/165 [练 P403]
§7.7 向量法求空间角/169 [练 P405]
微拓展 利用法向量的方向判断二面角/171
§7.8 空间距离及立体几何中的探索性问题/172 [练 P407]
§7.9 立体几何中的截面、交线问题[微重点]/175 [练 P409]
§7.10 立体几何中的动态、轨迹问题[微重点]/176 [练 P410]

第八章　直线和圆、圆锥曲线/178

§8.1　直线的方程/178　[练 P413]
§8.2　两条直线的位置关系/180　[练 P415]
§8.3　圆的方程/183　[练 P417]
§8.4　直线与圆、圆与圆的位置关系/185　[练 P419]
微拓展　圆的曲线系方程/187
§8.5　椭　圆/189　[练 P423]
§8.6　双曲线/192　[练 P425]
微拓展　圆锥曲线的第二定义/193
§8.7　离心率的范围问题[微重点]/195　[练 P427]
§8.8　抛物线/196　[练 P429]
§8.9　直线与圆锥曲线的位置关系/199　[练 P431]
微拓展　圆锥曲线弦长的万能公式(硬解定理)/200
微拓展　圆锥曲线中的焦点弦长公式/201
§8.10　圆锥曲线中的常见结论及应用[微重点]/203　[练 P433]
微拓展　圆锥曲线的角度式焦半径公式/203
§8.11　求值与证明问题/205　[练 P435]
§8.12　最值与范围问题/207　[练 P437]
§8.13　定点问题/209　[练 P439]
§8.14　定值问题/211　[练 P441]
§8.15　定直线问题/213　[练 P443]
§8.16　仿射变换/215　[练 P445]
§8.17　极点、极线/217　[练 P447]
§8.18　阿基米德三角形/219　[练 P449]
§8.19　阿波罗尼斯圆与蒙日圆/220　[练 P451]
§8.20　等角定理与蝴蝶定理/222　[练 P452]

第九章　统计与成对数据的统计分析/224

§9.1　随机抽样、统计图表/224　[练 P455]
§9.2　用样本估计总体/228　[练 P459]
§9.3　成对数据的统计分析/232　[练 P461]

第十章　计数原理、概率、随机变量及其分布/237

§10.1　计数原理与排列组合/237　[练 P469]
微拓展　递推数列在计数原理中的应用/240
§10.2　二项式定理/240　[练 P471]
§10.3　随机事件与概率/242　[练 P473]
§10.4　事件的相互独立性与条件概率、全概率公式/246　[练 P475]
微拓展　概率问题中的递推数列/248
§10.5　离散型随机变量及其分布列、数字特征/249　[练 P481]
微拓展　均值、方差的大小比较、最值(范围)问题/251
§10.6　二项分布、超几何分布与正态分布/253　[练 P485]
§10.7　概率与统计的综合问题/257　[练 P489]
§10.8　概率、统计与其他知识的交汇问题[微重点]/262　[练 P491]

一轮复习 120 练(99 个课时练＋21 个必刷题专练，另成册)　答案精析(另成册)



强化培优　分点突破

电子版请登录新教育平台数字图书栏目阅览，纸质版需另行订购

用好点滴时间　练透102个微考点

第1练　集合中的新定义问题
第2练　基本不等式
第3练　柯西不等式与权方和不等式
第4练　一元二次不等式
第5练　函数的值域
第6练　函数的单调性
第7练　函数的奇偶性
第8练　函数的周期性与对称性
第9练　函数的新定义问题
第10练　二次函数与幂函数
第11练　指数与指数函数
第12练　对数与对数函数
第13练　指、对、幂的大小比较
第14练　函数的图象
第15练　函数零点问题
第16练　嵌套函数
阶段滚动练(一)
第17练　导数的几何意义
第18练　公切线问题
第19练　导数与函数的单调性
第20练　导数与函数的极值、最值
第21练　三次函数的性质
第22练　函数中的构造问题
第23练　指对同构
第24练　切线放缩
第25练　泰勒展开式
第26练　飘带不等式与对数均值不等式
第27练　极值点偏移(一)
第28练　极值点偏移(二)
第29练　参数全分离
第30练　参数半分离
第31练　主元变换
第32练　端点效应
第33练　零点问题
第34练　隐零点问题
第35练　高考大题突破练—导数
阶段滚动练(二)
第36练　三角函数的运算
第37练　三角函数的图象与性质
第38练　函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$
第39练　三角函数中有关ω的范围问题
第40练　正弦定理、余弦定理
第41练　爪形三角形问题
第42练　解三角形中的最值与范围问题
第43练　拓展定理在解三角形中的应用
第44练　高考大题突破练—解三角形
第45练　平面向量基本定理及运算
第46练　平面向量中的最值与范围问题
第47练　极化恒等式
第48练　等和(高)线定理
第49练　奔驰定理和四心问题
第50练　复 数
阶段滚动练(三)
第51练　等差数列
第52练　等比数列
第53练　数列中的构造问题
第54练　数列求和
第55练　奇偶项问题
第56练　公共项问题
第57练　增减项问题
第58练　数列的新定义问题
第59练　高考大题突破练—数列
第60练　空间几何体的表面积与体积
第61练　球的切、接问题
第62练　空间位置关系
第63练　几何法求空间角
第64练　向量法求空间角
第65练　空间距离及立体几何中的探索性问题
第66练　截面、交线问题
第67练　动态、轨迹问题
第68练　高考大题突破练—立体几何与空间向量
阶段滚动练(四)
第69练　直线的方程及直线与直线的位置关系
……
第99练　离散型随机变量及其分布列、数字特征
第100练　二项分布与超几何分布、正态分布
第101练　数列递推关系在概率中的应用
第102练　高考大题突破练—概率与统计问题
阶段滚动练(六)
……



第一章

集合、常用逻辑用语、不等式

§1.1 集 合

[考试要求] 1. 了解集合的含义，了解全集、空集的含义. 2. 理解元素与集合的属于关系，理解集合间的包含和相等关系. 3. 会求两个集合的并集、交集与补集. 4. 能用自然语言、图形语言、集合语言描述不同的具体问题，能使用 Venn 图表示集合间的基本关系和基本运算.

落实主干知识

1. 集合与元素

(1)集合中元素的三个特性：_____、_____、_____.

(2)元素与集合的关系是_____或_____，用符号_____或_____表示.

(3)集合的表示法：_____、_____、_____.

(4)常见数集的记法

集合	非负整数集(或自然数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号		$\mathbf{N}^*$(或 $\mathbf{N}_+$)			

2. 集合的基本关系

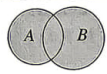
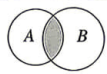
(1)子集：一般地，对于两个集合 A，B，如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素，就称集合 A 为集合 B 的子集，记作_____(或 $B\supseteq A$).

(2)真子集：如果集合 $A\subseteq B$，但存在元素 $x\in B$，且 $x\notin A$，就称集合 A 是集合 B 的真子集，记作_____(或 $B\supsetneq A$).

(3)相等：若 $A\subseteq B$，且_____，则 $A=B$.

(4)空集：不含任何元素的集合叫做空集，记为 $\varnothing$. 空集是_____的子集，是_____的真子集.

3. 集合的基本运算

运算 \ 表示	集合语言	图形语言	记法
并集			
交集			
补集			

▣ 自主诊断

1. 判断下列结论是否正确.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)集合 $\{x\in\mathbf{N}|x^3=x\}$，用列举法表示为 $\{-1,0,1\}$. (　　)

(2)$\{x|y=x^2+1\}=\{y|y=x^2+1\}=\{(x,y)|y=x^2+1\}$. (　　)

(3)若 $1\in\{x^2,x\}$,则 $x=-1$ 或 $x=1$. (　　)

(4)对任意集合 A,B,都有 $(A\cap B)\subseteq(A\cup B)$. (　　)

2.(2025·全国Ⅰ卷)已知集合 $U=\{x\mid x$ 是小于 9 的正整数$\}$,$A=\{1,3,5\}$,则 $\complement_U A$ 中元素的个数为 (　　)

A. 0　　B. 3　　C. 5　　D. 8

3.(2023·全国乙卷)设集合 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x\mid x<1\}$,$N=\{x\mid -1<x<2\}$,则 $\{x\mid x\geqslant 2\}$ 等于 (　　)

A. $\complement_U(M\cup N)$　　B. $N\cup\complement_U M$

C. $\complement_U(M\cap N)$　　D. $M\cup\complement_U N$

4. 已知集合 $M=\{x\mid -1<x<3\}$,$N=\{x\mid x\geqslant a\}$,若 $M\cap N=M$,则实数 a 的取值范围是_____.

微点提醒

1. 掌握有限集子集个数的结论

若有限集 A 中有 n 个元素,则 A 的子集有 2^n 个,真子集有 (2^n-1) 个,非空子集有 (2^n-1) 个,非空真子集有 (2^n-2) 个.

2. 灵活应用两个常用性质

(1) $\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

(2) $\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

3. 牢记两个注意点

(1)在应用条件 $A\cup B=B\Leftrightarrow A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$ 时要树立分类讨论的思想,将集合 A 是空集的情况优先进行讨论.

(2)在解答集合问题时,要注意集合元素的特性,特别是互异性对集合元素的限制.

探究核心题型

题型一　集合的含义与表示

例 1　(1)(多选)下列各组中 M,P 表示不同集合的是 (　　)

A. $M=\{3,-1\}$,$P=\{(3,-1)\}$

B. $M=\{(3,1)\}$,$P=\{(1,3)\}$

C. $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$,$P=\{x\mid x=t^2+1,t\in\mathbf{R}\}$

D. $M=\{y\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$,$P=\{(x,y)\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$

(2)已知集合 $A=\{-1,a^2-2a+1,a-4\}$,若 $4\in A$,则 a 的值可能为 (　　)

A. $-1,3$　　B. -1

C. $-1,3,8$　　D. $-1,8$

思维升华　解决集合含义问题的关键点

(1)确定集合中的代表元素.

(2)确定元素的限制条件.

(3)理解元素的互异性,在解决集合中含有字母的问题时,一定要返回代入验证,防止与集合中元素的互异性相矛盾.

跟踪训练 1　(1)已知 $a,b\in\mathbf{R}$,若 $\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}=\{a^2,a+b,0\}$,则 $a^{2\,026}+b^{2\,026}=$_____.

(2)已知集合 M,若 $a\in M$,且 $\frac{a+1}{a-1}\in M$,则称 a 为集合 M 的"亮点",若 $M=\left\{x\in\mathbf{Z}\middle|\frac{6}{6-x}\geqslant 1\right\}$,则集合 M 的所有"亮点"之和为 (　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

题型二　集合间的基本关系

例 2　(1)(2025·青岛模拟)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 A,B 满足 $A\subseteq(A\cap B)$,则下列关系一定正确的是 (　　)

A. $A=B$　　B. $B\subseteq A$

C. $A\cap(\complement_U B)=\varnothing$　　D. $(\complement_U A)\cap B=\varnothing$

(2)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 7\}$,$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$,若 $A\subseteq\complement_U B$,则实数 m 的取值范围是_____.

思维升华　(1)空集是任何集合的子集,在涉及集合关系问题时,必须考虑空集的情况,否则易造成漏解.

(2)已知两个集合间的关系求参数时,关键是将条件转化为元素或区间端点间的关系,进而转化为参数所满足的关系,常用数轴、Venn 图等来直观解决这类问题.

跟踪训练 2 (1)(2025·汕头模拟)若集合 $A=\{x|(m-2)x^2+2mx-1=0\}$ 恰有两个子集,则实数 m 的值是 (　　)

A. -2 或 1　　B. 2 或 1

C. -2　　D. ± 2 或 1

(2)(多选)已知集合 $M=\{-1,1\}$,$N=\{x|mx=1\}$,且 $N\subseteq M$,则实数 m 的值可以为 (　　)

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

题型三　集合的基本运算

命题点 1　集合的运算

例 3 (1)(2022·新高考全国Ⅰ卷)若集合 $M=\{x|\sqrt{x}<4\}$,$N=\{x|3x\geqslant 1\}$,则 $M\cap N$ 等于 (　　)

A. $\{x|0\leqslant x<2\}$　　B. $\left\{x\left|\frac{1}{3}\leqslant x<2\right.\right\}$

C. $\{x|3\leqslant x<16\}$　　D. $\left\{x\left|\frac{1}{3}\leqslant x<16\right.\right\}$

(2)(2025·天津)已知集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,3\}$,$B=\{2,3,5\}$,则 $\complement_U(A\cup B)$ 等于

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{2,3,4\}$

C. $\{2,4\}$　　D. $\{4\}$

命题点 2　利用集合的运算求参数的值(范围)

例 4 (1)(2025·衡水模拟)已知集合 $A=\{x|y=\ln(1-x^2)\}$,$B=\{x|x\leqslant a\}$,若 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=\mathbf{R}$,则实数 a 的取值范围为 (　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $[1,+\infty)$

C. $(-\infty,1)$　　D. $(-\infty,1]$

(2)(2026·武汉模拟)已知集合 $A=\{x|2a-1<x<a^2+a\}$,$B=\left\{x\left|\frac{2x-3}{x+1}\leqslant 1\right.\right\}$,若 $A\cap B=(-1,2)$,则实数 a 等于 (　　)

A. -2　　B. 0

C. 1　　D. 1 或 -2

思维升华　对于集合的交、并、补运算,如果集合中的元素是离散的,可用 Venn 图表示;如果集合中的元素是连续的,可用数轴表示,此时要注意端点的情况.

命题点 3　集合的应用

(链接教材,人教 A 版必修第一册 P15 阅读与思考)容斥原理是一种数学计数方法,用于处理在计数过程中出现的重叠问题.其基本思想是先不考虑重叠的情况,将所有对象数目计算出来,然后再将重复计算的数目排除出去.

我们把含有限个元素的集合 A 叫做有限集,用 $\mathrm{card}(A)$ 来表示有限集合 A 中元素的个数.例如,$A=\{a,b,c\}$,则 $\mathrm{card}(A)=3$.容斥原理告诉我们,如果被计数的事物有 A,B,C 三类,那么,$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$.

例 5　某校初一(4)班有学生 46 人,寒假参加体育训练,其中足球队 25 人,排球队 22 人,游泳队 24 人,足球、排球都参加的有 12 人,足球、游泳都参加的有 9 人,排球、游泳都参加的有 8 人,则三项都参加的人数为 (　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

思维升华　在解决数量关系问题、阴影面积问题时,通过应用容斥原理,可以有效地解决涉及重叠或包含关系的问题,确保计算结果的准确性.

跟踪训练 3 (1)(2025·广东八校联考)设集合 $A=\{x|1<x<2\}$,$B=\{x|x<a\}$,若 $A\cap B=A$,则 a 的取值范围是 (　　)

A. $[1,+\infty)$　　B. $[2,+\infty)$

C. $(-\infty,1]$　　D. $(-\infty,2]$

(2)(多选)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x|-3\leqslant x<4\}$,$N=\{x|x^2-2x-8\leqslant 0\}$,则 (　　)

A. $M\cup N=\{x|-3\leqslant x<4\}$

B. $M\cap N=\{x|-2\leqslant x<4\}$

C. $(\complement_U M)\cup N=(-\infty,-3)\cup[-2,+\infty)$

D. $M\cap(\complement_U N)=(-3,-2)$

(3)某年级先后举行数理化三科竞赛,学生中至少参加一科的:数学 203 人,物理 179 人,化学 165 人;至少参加两科的:数学、物理 143 人,数学、化学 116 人,物理、化学 97 人;三科都参加的有 90 人. 则参加竞赛的学生总人数是_____.

题型四　集合的新定义问题

例 6　(多选)设 P 是一个数集,且至少含有两个数,若对任意 $a,b\in P$,都有 $a+b,a-b,ab,\frac{a}{b}\in P$(除数 $b\neq 0$),则称 P 是一个数域. 例如有理数集 $\mathbf{Q}$ 是一个数域;数集 $F=\{a+b\sqrt{2}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$ 也是一个数域. 下列关于数域的命题中是真命题的为　(　)

A. 0,1 是任意数域中的元素

B. 若数集 M,N 都是数域,则 $M\cup N$ 是一个数域

C. 存在无穷多个数域

D. 若数集 M,N 都是数域,则有理数集 $\mathbf{Q}\subseteq M\cap N$

思维升华　此类题目常常以“问题”为核心,以“探究”为途径,以“发现”为目的,以集合为依托,考查学生理解问题、解决创新问题的能力.

跟踪训练 4　(多选)(2025·渭南模拟)定义集合 A 与 B 的运算:$A\cdot B=\{x\mid x\in\mathbf{R},\text{且 }x\notin(A\cup B)\}$,$A\circ B=\{x\mid x\in\mathbf{R},\text{且 }x\notin(A\cap B)\}$. 已知 $A=(-1,4]$,$B=[0,7)$,则　(　)

A. $A\cdot B=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

B. $A\circ B=(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$

C. $A\cdot(\complement_{\mathbf{R}}B)=[4,7]$

D. $(\complement_{\mathbf{R}}A)\circ B=(-\infty,4]\cup[7,+\infty)$

提醒:完成作业　§1.1

§1.2　常用逻辑用语

【考试要求】 1. 理解充分条件、必要条件、充要条件的意义;理解判定定理与充分条件、性质定理与必要条件、数学定义与充要条件的关系. 2. 理解全称量词和存在量词的意义,能正确对两种命题进行否定.

落实主干知识

1. 充分条件、必要条件与充要条件的概念

若 $p\Rightarrow q$,则 p 是 q 的_____条件,q 是 p 的_____条件	
p 是 q 的充分不必要条件	
p 是 q 的必要不充分条件	$p\not\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$
p 是 q 的_____条件	$p\Leftrightarrow q$
p 是 q 的既不充分也不必要条件	$p\not\Rightarrow q$ 且 $q\not\Rightarrow p$

2. 全称量词与存在量词

(1)全称量词:短语“所有的”“任意一个”在逻辑中通常叫做全称量词,并用符号“_____”表示.

(2)存在量词:短语“存在一个”“至少有一个”在逻辑中通常叫做存在量词,并用符号“_____”表示.

3. 全称量词命题和存在量词命题

名称	全称量词命题	存在量词命题
结构	对 M 中任意一个 x,$p(x)$成立	存在 M 中的元素 x,$p(x)$成立
简记	$\forall x\in M,p(x)$	$\exists x\in M,p(x)$
否定		

自主诊断

1. 判断下列结论是否正确.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)当 p 是 q 的充分条件时,q 是 p 的必要条件.　(　)

(2)“三角形的内角和为 180°”是全称量词命题.　(　)

(3)“函数 $f(x)$为奇函数”是“$f(0)=0$”的充分不必要条件.　(　)

(4)命题“$\exists x\in\mathbf{R},\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$”是真命题.

(　　)

2. 命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2-x+2\geqslant 0$”的否定为　　(　　)

A. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-x+2<0$

B. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-x+2\leqslant 0$

C. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-x+2\leqslant 0$

D. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-x+2<0$

3. (2025·天津)设 $x\in\mathbf{R}$,则“$x=0$”是“$\sin 2x=0$”的　　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 设 $p:m-1\leqslant x\leqslant m+2$,$q:0\leqslant x\leqslant 2$. 若 p 是 q 的必要不充分条件,则实数 m 的取值范围是_____

▣ 微点提醒

1. 谨记两个常用结论

(1)p 是 q 的充分不必要条件,等价于 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件.

(2)命题 p 和 $\neg p$ 的真假性相反,若判断一个命题的真假有困难时,可先判断此命题的否定的真假.

2. 理清一个关系

“A 的充分不必要条件是 B”是指 B 能推出 A,且 A 不能推出 B;而“A 是 B 的充分不必要条件”则是指 A 能推出 B,而 B 不能推出 A,要注意区别上述两种说法的不同.

探究核心题型

题型一　充分、必要条件的判定

例 1　(1)(2024·北京)设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是向量,则“$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$”是“$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$ 或 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”的　　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

(2)(2025·临沂模拟)已知 $f(x)=\tan x$,则对任意实数 $a\in(-1,1)$,$b\in(-1,1)$,“$a+b>0$”是“$f(a)+f(b)>0$”的　　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

思维升华　充分、必要条件的三种判定方法

(1)定义法:根据 $p\Rightarrow q$,$q\Rightarrow p$ 是否成立进行判断.

(2)集合法:根据 p,q 成立对应的集合之间的包含关系进行判断.

(3)等价转化法:对所给题目的条件进行一系列的等价转化,直到转化成容易判断充分、必要条件是否成立为止.

跟踪训练 1　(多选)下列叙述中正确的是　　(　　)

A. “$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充分不必要条件

B. 若 $a,b,c\in\mathbf{R}$,则“$ab^2>cb^2$”的充要条件是“$a>c$”

C. “$a<1$”是“方程 $x^2+x+a=0$ 有一个正根和一个负根”的必要不充分条件

D. 若 $a,b,c\in\mathbf{R}$ 且 $a>0$,则“$\forall x\in\mathbf{R},ax^2+bx+c\geqslant 0$ 恒成立”的充要条件是“$b^2-4ac\leqslant 0$”

题型二　充分、必要条件的应用

例 2　(1)(2026·哈尔滨模拟)下列四个选项中,使 $x>y$ 成立的一个充分不必要条件是(　　)

A. $x^2>y^2$　　B. $x|x|>y|y|$

C. $\ln x>\ln y$　　D. $e^x>e^y$

(2)(2025·白银模拟)已知 p:“$x^2-(2m+3)x+m^2+3m>0$”是 q:“$x^2-x-6\leqslant 0$”的必要不充分条件,则实数 m 的取值范围为　　(　　)

A. $(-\infty,-5]\cup[3,+\infty)$

B. $(-\infty,-5)\cup(3,+\infty)$

C. $(-5,3)$

D. $[-5,3]$

步步高

答案精析

与《步步高大一轮复习讲义》配套使用

数学

培　优　版

复习讲义答案精析

第一章　集合、常用逻辑用语、不等式

§1.1　集　合

落实主干知识

1.(1)确定性　互异性　无序性
(2)属于　不属于　$\in$　$\notin$
(3)列举法　描述法　图示法
(4)$\mathbf{N}$　$\mathbf{Z}$　$\mathbf{Q}$　$\mathbf{R}$

2.(1)$A\subseteq B$　(2)$A\subsetneq B$　(3)$B\subseteq A$
(4)任何集合　任何非空集合

3.$\{x\mid x\in A$,或$x\in B\}$　$A\cup B$
$\{x\mid x\in A$,且$x\in B\}$　$A\cap B$
$\{x\mid x\in U$,且$x\notin A\}$　$\complement_U A$

自主诊断

1.(1)×　(2)×　(3)×　(4)√
2.C　3.A　4.$(-\infty,-1]$

探究核心题型

例 1　(1)ABD　(2)D
跟踪训练 1　(1)1　(2)C
例 2　(1)C
(2)$(-\infty,2)\cup(6,+\infty)$
跟踪训练 2　(1)D　(2)BCD
例 3　(1)D　(2)D
例 4　(1)B　[由题可知
$A=\{x\mid y=\ln(1-x^2)\}$
$=\{x\mid -1<x<1\}$,
$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x\mid x\leqslant -1$或$x\geqslant 1\}$,
所以由$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=\mathbf{R}$,得$a\geqslant 1$.]
(2)A　[不等式$\dfrac{2x-3}{x+1}\leqslant 1\Leftrightarrow\dfrac{2x-3}{x+1}-1\leqslant 0\Leftrightarrow\dfrac{x-4}{x+1}\leqslant 0$
$\Leftrightarrow\begin{cases}(x-4)(x+1)\leqslant 0,\\ x+1\neq 0,\end{cases}$
解得$-1<x\leqslant 4$,故$B=(-1,4]$.
若$A\cap B=(-1,2)$,则集合A需满足$\begin{cases}2a-1\leqslant -1,\\ a^2+a=2,\end{cases}$解得$a=-2$.]
例 5　C　[设集合$A=\{x\mid x$是参加足球队的学生$\}$,
集合$B=\{x\mid x$是参加排球队的学生$\}$,
集合$C=\{x\mid x$是参加游泳队的学生$\}$,
则$\mathrm{card}(A)=25$,$\mathrm{card}(B)=22$,
$\mathrm{card}(C)=24$,
$\mathrm{card}(A\cap B)=12$,$\mathrm{card}(B\cap C)=8$,
$\mathrm{card}(A\cap C)=9$.
设三项都参加的有m人,即$\mathrm{card}(A\cap B\cap C)=m$,$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=46$,
所以由$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$,
即$46=25+22+24-12-8-9+m$,
解得$m=4$,
故三项都参加的有4人.]
跟踪训练 3　(1)B　(2)BC　(3)281
例 6　ACD　[对于A选项,由定义可知,对任意的数域P,至少含有两个数,则至少有一个非零元素$a\in P$,所以有$a-a=0\in P$,$\dfrac{a}{a}=1\in P$,故A正确;
对于B选项,假设数域$M=\{a+b\sqrt{2}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$,$N=\{a+b\sqrt{3}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$,则当$x=\sqrt{2}\in M$,$y=\sqrt{3}\in N$时,$x\in M\cup N$,$y\in M\cup N$,$x+y=\sqrt{2}+\sqrt{3}\notin M$且$x+y=\sqrt{2}+\sqrt{3}\notin N$,
故$x+y=\sqrt{2}+\sqrt{3}\notin M\cup N$,故B错误;
对于C选项,可以利用题中的数域的例子进行构造,对于任意非完全平方数的正整数Z,
集合$P=\{a+b\sqrt{Z}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$都是数域,这样就有无穷多个数域,故C正确;
对于D选项,在A选项的基础上进行证明:任意数域P,都有有理数集$\mathbf{Q}\subseteq P$.
因为0,1是任意数域中的元素,而且任意整数都可以看成有限个0或1的和或差,
故所有整数都属于数域P,
又任意有理数均能表示成两个整数的商,故所有有理数都属于数域P,即$\mathbf{Q}\subseteq P$,
所以$\mathbf{Q}\subseteq M$,$\mathbf{Q}\subseteq N$,即$\mathbf{Q}\subseteq M\cap N$,故D正确.]
跟踪训练 4　ABD

§1.2　常用逻辑用语

落实主干知识

1.充分　必要　$p\Rightarrow q$且$q\not\Rightarrow p$　充要
2.(1)$\forall$　(2)$\exists$
3.$\exists x\in M,\neg p(x)$　$\forall x\in M,\neg p(x)$

自主诊断

1.(1)√　(2)√　(3)×　(4)×
2.A　3.A　4.[0,1]

探究核心题型

例 1　(1)B
(2)C　[因为$f(x)=\tan x$在$(-1,1)$上单调递增,且是奇函数,
所以$\tan a+\tan b>0\Leftrightarrow\tan a>-\tan b\Leftrightarrow\tan a>\tan(-b)\Leftrightarrow a>-b\Leftrightarrow a+b>0$,
所以"$a+b>0$"是"$f(a)+f(b)>0$"的充要条件.]
跟踪训练 1　ACD
例 2　(1)C　[当$x=-2$,$y=-1$时,满足$x^2>y^2$,但$x<y$;当$x=-1$,$y=-2$时,满足$x>y$,但$x^2<y^2$.
故$x^2>y^2$是$x>y$的既不充分也不必要条件,A错误;
令$f(x)=x|x|$,
则$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$,
$\because f(-x)=-x|-x|=-x|x|=-f(x)$,
$\therefore f(x)$是奇函数,
当$x>0$时,$f(x)=x^2$,$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增,故$f(x)$在$\mathbf{R}$上为增函数.
由$x|x|>y|y|$可得$x>y$,由$x>y$可得$x|x|>y|y|$,
故$x|x|>y|y|$是$x>y$的充要条件,B错误;
$\because y=\ln x$在$(0,+\infty)$上为增函数,$\ln x>\ln y$,$\therefore x>y>0$;
当$0>x>y$时,$\ln x$,$\ln y$无意义,$\ln x>\ln y$不成立,
故$\ln x>\ln y$是$x>y$的充分不必要条件,C正确;
$\because y=e^x$在$\mathbf{R}$上为增函数,
$\therefore$由$e^x>e^y$可得$x>y$,
由$x>y$可得$e^x>e^y$,
故$e^x>e^y$是$x>y$的充要条件,D错误.]
(2)B　[因为$p:(x-m)(x-m-3)>0$,
则$x<m$或$x>m+3$,$q:x^2-x-6\leqslant 0$,即$-2\leqslant x\leqslant 3$,
又p是q的必要不充分条件,则$m>3$或$m+3<-2$,即$m>3$或$m<-5$.
故实数m的取值范围为$(-\infty,-5)\cup(3,+\infty)$.]
跟踪训练 2　(1)$(-\infty,0)$
(2)$(-\infty,1)$　$(-\infty,1]$
例 3　AB
例 4　ABD　[因为$\ln(x^2+1)\geqslant\ln 1=0$,故A是假命题;
当$x=3$时,$2^3<3^2$,故B是假命题;
当$\alpha=\beta=0$时,$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha-\sin\beta$,故C是真命题;
当$x=\dfrac{\pi}{6}$时,$\sin x=\dfrac{1}{2}$,$\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,$\sin x<\cos x$,故D是假命题.]
例 5　[0,4)
解析　由题意得不等式$ax^2-ax+1>0$对$\forall x\in\mathbf{R}$恒成立.
①当$a=0$时,不等式$1>0$在$\mathbf{R}$上恒成立,符合题意;
②当$a\neq 0$时,若不等式$ax^2-ax+1>0$对$\forall x\in\mathbf{R}$恒成立,
则$\begin{cases}a>0,\\ \Delta=a^2-4a<0,\end{cases}$解得$0<a<4$.
综上,实数a的取值范围是$[0,4)$.
跟踪训练 3　(1)B　(2)AD

§1.3　等式性质与不等式性质

落实主干知识

1.$>$　$=$　$<$
2.$b=a$　$a=c$　$\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{c}$
3.$b<a$　$a>c$　$ac>bc$　$ac<bc$
$a+c>b+d$　$ac>bd$

自主诊断

1.(1)√　(2)×　(3)×　(4)×
2.C　3.A　4.(4,24)

探究核心题型

例 1　(1)AD
(2)$M>N$
解析　**方法一**　$M-N=\dfrac{e^{2\,024}+1}{e^{2\,025}+1}-\dfrac{e^{2\,025}+1}{e^{2\,026}+1}$
$=\dfrac{(e^{2\,024}+1)(e^{2\,026}+1)-(e^{2\,025}+1)^2}{(e^{2\,025}+1)(e^{2\,026}+1)}$
$=\dfrac{e^{2\,024}+e^{2\,026}-2e^{2\,025}}{(e^{2\,025}+1)(e^{2\,026}+1)}$
$=\dfrac{e^{2\,024}(e-1)^2}{(e^{2\,025}+1)(e^{2\,026}+1)}>0$,
$\therefore M>N$.
方法二　令$f(x)=\dfrac{e^x+1}{e^{x+1}+1}$
$=\dfrac{\frac{1}{e}(e^{x+1}+1)+1-\frac{1}{e}}{e^{x+1}+1}$
$=\dfrac{1}{e}+\dfrac{1-\frac{1}{e}}{e^{x+1}+1}$,
显然$f(x)$是$\mathbf{R}$上的减函数,
$\therefore f(2\,024)>f(2\,025)$,即$M>N$.
跟踪训练 1　(1)C　(2)AC
例 2　(1)BD　(2)ACD
跟踪训练 2　(1)ABC　(2)ABD

步步高

一轮复习120练

尖子生专用 冲刺150分

与《步步高大一轮复习讲义》配套使用

数学

培优版

班级：_____

姓名：_____

学号：_____

易 撕 线

目录

99个课时练

21个必刷题专练

数学(培优版)

第一章　集合、常用逻辑用语、不等式/267

练 1　§1.1　集　合/267

练 2　§1.2　常用逻辑用语/269

练 3　§1.3　等式性质与不等式性质/271

练 4　§1.4　基本不等式/273

练 5　§1.5　一元二次方程、不等式/275

练 6　§1.6　著名的不等式/277

练 7　**必刷小题** 1　集合、常用逻辑用语、不等式/278

第二章　函　数/279

练 8　§2.1　函数的概念及其表示/279

练 9　§2.2　函数的单调性与最值/281

练 10　§2.3　函数的奇偶性/283

练 11　§2.4　函数的周期性和对称性/285

练 12　§2.5　函数性质的综合应用/287

练 13　**必刷小题** 2　函数的概念与性质/288

练 14　§2.6　二次函数与幂函数/289

练 15　§2.7　指数与指数函数/291

练 16　§2.8　对数与对数函数/293

练 17　§2.9　指、对、幂的大小比较/295

练 18　**必刷小题** 3　基本初等函数/296

练 19　§2.10　函数的图象/297

练 20　§2.11　函数的零点与方程的解/301

练 21　§2.12　函数与方程的综合应用/303

练 22　§2.13　函数模型的应用/304

练 23　**必刷小题** 4　函数与方程/307

第三章　一元函数的导数及其应用/309

练 24　§3.1　导数的概念及其意义、导数的运算/309

练 25　§3.2　导数与函数的单调性/311

练 26　§3.3　导数与函数的极值、最值/313

练 27　§3.4　三次函数的图象与性质/315

练 28　§3.5　函数中的构造问题/317

练 29　§3.6　同构问题/318

练 30　**必刷小题** 5　导数及其应用/319

练 31　§3.7　不等式的证明方法(一)——作差法与双函数构造法/320

练 32　§3.8　不等式的证明方法(二)——指对放缩/321

练 33　§3.9　不等式的证明方法(三)——飘带不等式/322

练 34　§3.10　不等式的证明方法(四)——极值点偏移(1)/323

练 35　§3.11　不等式的证明方法(五)——极值点偏移(2)/324

练 36　§3.12　不等式的证明方法(六)——由极值点偏移衍生的零点差问题/325

练 37　§3.13　不等式的证明方法(七)——导数与数列/326

练 38　§3.14　不等式恒(能)成立问题(一)——参数全分离/327

练 39　§3.15　不等式恒(能)成立问题(二)——参数半分离与主元变换/328

练 40　§3.16　不等式恒(能)成立问题(三)——分类讨论/329

练 41　§3.17　不等式恒(能)成立问题(四)——端点效应/330

练 42　§3.18　不等式恒(能)成立问题(五)——端点失效与极点效应/331

练 43　§3.19　导数中的零点问题(一)——零点个数问题/332

练 44　§3.20　导数中的零点问题(二)——隐零点/333

练 45　§3.21　泰勒展开式/335

练 46　§3.22　帕德近似/336

练 47　**必刷大题** 6　导数的综合问题/337

第四章　三角函数与解三角形/339

练 48　§4.1　三角函数基本公式/339

练 49　§4.2　三角恒等变换/341

练 50　§4.3　三角函数的图象与性质/343

练 51　**必刷小题** 7　三角函数/345

练 52　§4.4　解三角形小题(一)/347

练 53　§4.5　解三角形小题(二)/349

练 54　§4.6　解三角形大题/351

练 55　**必刷小题** 8　解三角形/355

练 56　**必刷大题** 9　解三角形/357

第五章　平面向量与复数/359

练 57　§5.1　平面向量基本定理及向量线性运算/359

练 58　§5.2　平面向量的数量积/361

练 59　§5.3　奔驰定理与四心问题/363

练 60　§5.4　复　数/365

练 61　**必刷小题** 10　平面向量与复数/367

目录

99个课时练
21个必刷题专练

第六章　数　列/369

练 62　§6.1　数列的概念/369
练 63　§6.2　等差数列/371
练 64　§6.3　等比数列/373
练 65　§6.4　数列中的构造问题/375
练 66　**必刷小题 11**　数　列/377
练 67　§6.5　数列求和(一)/379
练 68　§6.6　数列求和(二)/381
练 69　§6.7　新情境、新定义下的数列问题/383
练 70　**必刷大题 12**　数列的综合问题/385

第七章　立体几何与空间向量/389

练 71　§7.1　基本立体图形、简单几何体的表面积与体积/389
练 72　§7.2　球的切、接问题/393
练 73　§7.3　空间点、直线、平面之间的位置关系/394
练 74　§7.4　空间直线、平面的平行/397
练 75　§7.5　空间直线、平面的垂直/399
练 76　**必刷小题 13**　立体几何/401
练 77　§7.6　空间向量的概念与运算/403
练 78　§7.7　向量法求空间角/405
练 79　§7.8　空间距离及立体几何中的探索性问题/407
练 80　§7.9　立体几何中的截面、交线问题/409
练 81　§7.10　立体几何中的动态、轨迹问题/410
练 82　**必刷大题 14**　空间向量与立体几何/411

第八章　直线和圆、圆锥曲线/413

练 83　§8.1　直线的方程/413
练 84　§8.2　两条直线的位置关系/415
练 85　§8.3　圆的方程/417
练 86　§8.4　直线与圆、圆与圆的位置关系/419
练 87　**必刷小题 15**　直线与圆/421
练 88　§8.5　椭　圆/423
练 89　§8.6　双曲线/425
练 90　§8.7　离心率的范围问题/427
练 91　§8.8　抛物线/429
练 92　§8.9　直线与圆锥曲线的位置关系/431
练 93　§8.10　圆锥曲线中的常见结论及应用/433
练 94　**必刷小题 16**　圆锥曲线/434
练 95　§8.11　求值与证明问题/435
练 96　§8.12　最值与范围问题/437
练 97　§8.13　定点问题/439
练 98　§8.14　定值问题/441
练 99　§8.15　定直线问题/443
练 100　§8.16　仿射变换/445
练 101　§8.17　极点、极线/447
练 102　§8.18　阿基米德三角形/449
练 103　§8.19　阿波罗尼斯圆与蒙日圆/451
练 104　§8.20　等角定理与蝴蝶定理/452
练 105　**必刷大题 17**　解析几何/453

第九章　统计与成对数据的统计分析/455

练 106　§9.1　随机抽样、统计图表/455
练 107　§9.2　用样本估计总体/459
练 108　§9.3　成对数据的统计分析/461
练 109　**必刷大题 18**　统计与统计分析/465

第十章　计数原理、概率、随机变量及其分布/469

练 110　§10.1　计数原理与排列组合/469
练 111　§10.2　二项式定理/471
练 112　§10.3　随机事件与概率/473
练 113　§10.4　事件的相互独立性与条件概率、全概率公式/475
练 114　**必刷小题 19**　计数原理与概率/479
练 115　§10.5　离散型随机变量及其分布列、数字特征/481
练 116　§10.6　二项分布、超几何分布与正态分布/485
练 117　§10.7　概率与统计的综合问题/489
练 118　§10.8　概率、统计与其他知识的交汇问题/491
练 119　**必刷小题 20**　计数原理、概率、随机变量及其分布/493
练 120　**必刷大题 21**　概率与统计/495

§1.1 集 合

学号 [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]

分值:93 分

【注意】 填空题为智能批阅,请在横线答题空上规范作答。做到书写不连笔、不触碰到其他文字、不超出答题线。

知识过关

一、单项选择题(每小题 5 分,共 40 分)

1. (2025·全国Ⅱ卷)已知集合 $A=\{-4,0,1,2,8\}$,$B=\{x\mid x^3=x\}$,则 $A\cap B$ 等于
[A]$\{0,1,2\}$ [B]$\{1,2,8\}$
[C]$\{2,8\}$ [D]$\{0,1\}$

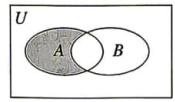
2. (2023·全国甲卷)设全集 $U=\mathbf{Z}$,集合 $M=\{x\mid x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$,$N=\{x\mid x=3k+2,k\in\mathbf{Z}\}$,则 $\complement_U(M\cup N)$等于
[A]$\{x\mid x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$
[B]$\{x\mid x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$
[C]$\{x\mid x=3k-2,k\in\mathbf{Z}\}$
[D]$\varnothing$

3. (2026·淄博模拟)已知集合 $A=\{e,\log_{0.2}0.3,2^{0.2}\}$,集合 $B=\{x\mid x(1-x)>0\}$,则 $A\cap B$ 的子集的个数为
[A]1 [B]2 [C]4 [D]8

4. (2025·宝鸡模拟)若集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2-2x+1=0\}$中只有一个元素,则实数 a 等于
[A]1 [B]0 [C]2 [D]0 或 1

5. (2023·新课标Ⅱ卷)设集合 $A=\{0,-a\}$,$B=\{1,a-2,2a-2\}$,若 $A\subseteq B$,则 a 等于
[A]2 [B]1 [C]$\frac{2}{3}$ [D]-1

6. (2025·保定模拟)如图,已知全集 $U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$,集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid (x+2)(x-1)\leqslant 0\}$,则图中阴影部分表示的集合为



[A]$\{2\}$ [B]$\{3\}$
[C]$\{2,3\}$ [D]$[2,3]$

7. (2020·新高考全国Ⅰ卷)某中学的学生积极参加体育锻炼,其中有 96%的学生喜欢足球或游泳,60%的学生喜欢足球,82%的学生喜欢游泳,则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例是
[A]62% [B]56% [C]46% [D]42%

8. 设集合 $I=\{1,3,5,7\}$,若非空集合 A 同时满足:①$A\subseteq I$;②$\mathrm{card}(A)\leqslant\min(A)$(其中 $\mathrm{card}(A)$表示 A 中元素的个数,$\min(A)$表示集合 A 中最小的元素),称集合 A 为 I 的一个“好子集”,则 I 的所有“好子集”的个数为
[A]7 [B]8 [C]9 [D]10

二、多项选择题(每小题 6 分,共 18 分)

9. 已知 A,B 是全集 U 的两个非空真子集,下列说法中一定正确的是
[A]$A\cap B=\varnothing$
[B]$A\subseteq(A\cup B)$
[C]$(\complement_U A)\cup A=U$
[D]$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$

10. 已知 $A=\{x|x^2+px+1=0\}$，$M=\{x|x>0\}$，若 $A\cap M=\varnothing$，则实数 p 的可能取值为

[A] 0　　[B] -3　　[C] 3　　[D] $\frac{5}{3}$

11. (2025·聊城模拟)已知$[x]$表示不超过 x 的最大整数，例如：$[2.1]=2$，$[-3.5]=-4$，$[0]=0$，$A=\{y|y=[x],-1.1<x\leqslant 3.2\}$，$B=\{y|-10\leqslant y\leqslant m\}$，下列说法正确的是

[A] 集合 $A=\{-1,0,1,2,3\}$

[B] 集合 A 的非空真子集的个数是 62

[C] 若“$y\in A$”是“$y\in B$”的充分不必要条件，则 m 的取值范围是$[3,+\infty)$

[D] 若 $A\cap B=\varnothing$，则 m 的取值范围是$(-\infty,-2)$

三、填空题(每小题 5 分，共 15 分)

12. (2025·上海改编)已知全集 $U=\{x\in\mathbf{R}|2\leqslant x\leqslant 5\}$，集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|2\leqslant x<4\}$，则 $\complement_U A=$_____.

13. (2026·南京模拟)已知非空集合 $A=\{x|a-1<x<2a+3\}$，$B=\{x|-2\leqslant x\leqslant 4\}$. $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=A$，则实数 a 的取值范围为_____.

14. (2025·六盘水模拟)定义集合 $A^n=\{(a_1,a_2,\cdots,a_n)|a_1,a_2,\cdots,a_n\in A\}$，比如：若 $A=\{1,2\}$，则 $A^2=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$. 把集合 A^n 中满足条件 $a_1+a_2+\cdots+a_n=p$ 的元素组成的集合记为 $A^n(p)$，即 $A^n(p)=\{(a_1,a_2,\cdots,a_n)|a_1+a_2+\cdots+a_n=p,a_1,a_2,\cdots,a_n\in A\}$. 已知集合 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$，则

(1)集合 $A^2(6)$中的元素个数为_____；

(2)若 $A^6(p)$中的元素个数为 56，则 p 的值为_____.

能力拓展 [每小题 5 分，共 20 分]

15. (2025·秦皇岛模拟)已知集合 $A=\{\sqrt{3}a+2b|a,b\in\mathbf{N}\}$，$B=\{2a+1+2\sqrt{3}b|a,b\in\mathbf{N}\}$，则

[A] $A\subseteq B$

[B] $A\cap B\neq\varnothing$

[C] $3+\sqrt{3}\notin(A\cup B)$

[D] $A\cup B=\{a+\sqrt{3}b|a,b\in\mathbf{N}\}$

16. (2020·浙江)设集合 S,T，$S\subseteq\mathbf{N}^*$，$T\subseteq\mathbf{N}^*$，S，T 中至少有 2 个元素，且 S,T 满足：

①对于任意的 $x,y\in S$，若 $x\neq y$，都有 $xy\in T$；

②对于任意的 $x,y\in T$，若 $x<y$，则 $\frac{y}{x}\in S$.

下列命题正确的是

[A] 若 S 有 4 个元素，则 $S\cup T$ 有 7 个元素

[B] 若 S 有 4 个元素，则 $S\cup T$ 有 6 个元素

[C] 若 S 有 3 个元素，则 $S\cup T$ 有 5 个元素

[D] 若 S 有 3 个元素，则 $S\cup T$ 有 4 个元素

17. 已知集合 $M=\{1,2,3,4,\cdots,10\}$，A 是集合 M 的非空真子集，把集合 A 中的各元素之和记为 $S(A)$，则满足 $S(A)=8$ 的集合 A 的个数为_____；$S(A)$的所有不同取值的个数为_____.

18. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，用 U 的子集可表示由 0,1 组成的 6 位字符串，如$\{1,3\}$表示的是从左往右第 1 个字符为 1，第 3 个字符为 1，其余均为 0 的 6 位字符串 101000，并规定空集表示的字符串为 000000.

(1)若 $N=\{2,3,6\}$，则 $\complement_U N$ 表示的 6 位字符串为_____；

(2)若 $B=\{5,6\}$，集合 $A\cup B$ 表示的字符串为 011011，则满足条件的集合 A 的个数为_____.

§1.2 常用逻辑用语

学号 [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]

分值:95 分

知识过关

一、单项选择题(每小题 5 分,共 40 分)

1. (2021·天津)已知 $a\in\mathbf{R}$,则"$a>6$"是"$a^2>36$"的
[A]充分不必要条件
[B]必要不充分条件
[C]充要条件
[D]既不充分也不必要条件

2. (2025·周口质检)命题"存在偶数 a,使数据 3,4,1,a,5,7 的中位数是偶数"的否定为
[A]对任意的偶数 a,数据 3,4,1,a,5,7 的中位数是奇数
[B]对任意的偶数 a,数据 3,4,1,a,5,7 的中位数不是偶数
[C]存在奇数 a,使数据 3,4,1,a,5,7 的中位数是奇数
[D]不存在奇数 a,使数据 3,4,1,a,5,7 的中位数不是偶数

3. 已知 $p:\frac{1}{x}>1$,$q:x>m$,若 p 是 q 的充分条件,则实数 m 的取值范围是
[A]$[0,+\infty)$ [B]$[1,+\infty)$
[C]$(-\infty,0]$ [D]$(-\infty,1]$

4. (2023·北京)若 $xy\neq0$,则"$x+y=0$"是"$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=-2$"的
[A]充分不必要条件
[B]必要不充分条件
[C]充要条件
[D]既不充分也不必要条件

5. (2026·宁波模拟)命题"$\exists x\in[-2,1]$,$x^2-x-a>0$"为假命题的一个充分不必要条件是
[A]$a\leqslant-\frac{1}{4}$ [B]$a\leqslant0$
[C]$a\geqslant6$ [D]$a\geqslant8$

6. (2025·朔州模拟)已知 A,B 为实数,则"$AB<0$"是"$Ax^2+By^2=1$ 为双曲线方程"的
[A]充分不必要条件
[B]必要不充分条件
[C]充要条件
[D]既不充分也不必要条件

7. 若"$\exists x\in(0,\pi)$,$\sin 2x-k\sin x<0$"为假命题,则 k 的取值范围为
[A]$(-\infty,-2]$ [B]$(-\infty,2]$
[C]$(-\infty,-2)$ [D]$(-\infty,2)$

8. (2023·新课标Ⅰ卷)记 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,设甲:$\{a_n\}$为等差数列;乙:$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$为等差数列,则
[A]甲是乙的充分条件但不是必要条件
[B]甲是乙的必要条件但不是充分条件
[C]甲是乙的充要条件
[D]甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件