王朝银 主编

高考一步步

2027

大一轮复习讲义

AI助力一轮复习 大数据实现精准教学

数学

浙江大学出版社

深挖考点 细分课时 一课一练

[数学]

目录

第一章 集合、常用逻辑用语、不等式/1

§1.1 集 合/1 [练 P251]

§1.2 常用逻辑用语/4 [练 P253]

§1.3 等式性质与不等式性质/6 [练 P255]

§1.4 基本不等式/8 [练 P257]

§1.5 基本不等式的综合应用/11 [练 P259]

微拓展 柯西不等式/12

微拓展 权方和不等式/13

§1.6 一元二次方程、不等式/13 [练 P261]

第二章 函 数/18

§2.1 函数的概念及其表示/18 [练 P265]

§2.2 函数的单调性与最值/21 [练 P267]

微拓展 求函数的值域(最值)的常用方法/23

§2.3 函数的奇偶性/24 [练 P269]

§2.4 函数的周期性和对称性/26 [练 P271]

微拓展 抽象函数的性质的综合应用/28

§2.5 二次函数与幂函数/29 [练 P275]

§2.6 指数与指数函数/32 [练 P277]

微拓展 抽象函数/34

§2.7 对数与对数函数/35 [练 P279]

§2.8 指、对、幂的大小比较[微重点]/38 [练 P281]

§2.9 函数的图象/39 [练 P283]

§2.10 函数的零点与方程的解/42 [练 P285]

§2.11 函数与方程的综合应用[微重点]/44 [练 P287]

§2.12 函数模型的应用/46 [练 P288]

第三章 一元函数的导数及其应用/49

§3.1 导数的概念及其意义、导数的运算/49 [练 P293]

微拓展 洛必达法则/51

§3.2 导数与函数的单调性/52 [练 P295]

§3.3 导数与函数的极值、最值/54 [练 P297]

微拓展 常见组合函数的图象/57

§3.4 三次函数的图象与性质/57 [练 P299]

§3.5 函数中的构造问题[微重点]/60 [练 P301]

微拓展 泰勒展开式/61

§3.6 同构问题[微重点]/62 [练 P302]

进阶篇 不等式的证明方法/63

进阶1 作差法与双函数构造法/63 [练 P304]

进阶2 指对放缩/65 [练 P305]

微拓展 飘带不等式/67

进阶3 极值点偏移(一)/68 [练 P306]

进阶4 极值点偏移(二)/70 [练 P307]

进阶篇　不等式恒(能)成立问题/72
进阶 1　参数全分离/72　[练 P308]
进阶 2　参数半分离与主元变换/74　[练 P309]
进阶 3　分类讨论/75　[练 P310]
进阶 4　端点效应/78　[练 P311]
进阶篇　导数中的零点问题/81
进阶 1　零点个数问题/81　[练 P312]
进阶 2　隐零点/83　[练 P313]

第四章　三角函数与解三角形/85
§4.1　三角函数基本公式/85　[练 P317]
§4.2　三角恒等变换/88　[练 P319]
§4.3　三角函数的图象与性质/91　[练 P321]
§4.4　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$/94　[练 P323]
§4.5　三角函数中有关 ω 的范围问题[微重点]/97　[练 P325]
§4.6　正弦定理、余弦定理/98　[练 P327]
微拓展　相关定理在解三角形中的综合应用/101
§4.7　解三角形中的最值与范围问题[微重点]/101　[练 P329]
§4.8　解三角形应用举例/103　[练 P331]

第五章　平面向量与复数/106
§5.1　平面向量的概念及线性运算/106　[练 P337]
微拓展　等和(高)线定理/109
§5.2　平面向量基本定理及坐标表示/109　[练 P339]
微拓展　定比分点坐标公式/112
§5.3　平面向量的数量积/112　[练 P341]
微拓展　极化恒等式/113
§5.4　平面向量中的综合问题[微重点]/115　[练 P343]
微拓展　四心问题/116
§5.5　复　数/117　[练 P345]
微拓展　复数的三角形式/120

第六章　数　列/121
§6.1　数列的概念/121　[练 P348]
§6.2　等差数列/124　[练 P351]
§6.3　等比数列/127　[练 P353]
微拓展　下标和相等的等差(比)性质的推广/130
§6.4　数列中的构造问题[微重点]/131　[练 P355]
§6.5　数列求和(一)/132　[练 P359]
§6.6　数列求和(二)/136　[练 P361]

第七章　立体几何与空间向量/140
§7.1　基本立体图形、简单几何体的表面积与体积/140　[练 P365]
§7.2　球的切、接问题[微重点]/143　[练 P368]
微拓展　多球堆叠相切问题/145
§7.3　空间点、直线、平面之间的位置关系/145　[练 P369]
§7.4　空间直线、平面的平行/148　[练 P371]
§7.5　空间直线、平面的垂直/153　[练 P373]
微拓展　三余弦定理 $\cos\theta=\cos\theta_1\cdot\cos\theta_2$ 的应用/156

§7.6 空间向量的概念与运算/157 [练 P377]
§7.7 向量法求空间角/160 [练 P379]
微拓展 利用法向量的方向判断二面角/163
§7.8 空间距离及立体几何中的探索性问题/164 [练 P381]
§7.9 立体几何中的截面、交线问题[微重点]/167 [练 P383]
§7.10 立体几何中的动态、轨迹问题[微重点]/168 [练 P384]
第八章 直线和圆、圆锥曲线/170
§8.1 直线的方程/170 [练 P387]
§8.2 两条直线的位置关系/173 [练 P389]
§8.3 圆的方程/175 [练 P391]
§8.4 直线与圆、圆与圆的位置关系/178 [练 P393]
微拓展 圆的曲线系方程/180
§8.5 椭 圆/181 [练 P397]
§8.6 双曲线/184 [练 P399]
微拓展 圆锥曲线的第二定义/185
§8.7 离心率的范围问题[微重点]/187 [练 P401]
§8.8 抛物线/188 [练 P403]
微拓展 阿基米德三角形/190
§8.9 直线与圆锥曲线的位置关系/191 [练 P405]
微拓展 圆锥曲线弦长的万能公式(硬解定理)/192
进阶篇 圆锥曲线中的综合问题/194
进阶1 圆锥曲线中的常见结论及应用/194 [练 P407]
进阶2 求值与证明问题/196 [练 P411]
进阶3 最值与范围问题/198 [练 P412]
进阶4 定点问题/200 [练 P413]
进阶5 定值问题/202 [练 P414]
进阶6 定直线问题/205 [练 P415]
微拓展 极点、极线/207
第九章 统计与成对数据的统计分析/208
§9.1 随机抽样、统计图表/208 [练 P419]
§9.2 用样本估计总体/212 [练 P423]
§9.3 成对数据的统计分析/216 [练 P425]
第十章 计数原理、概率、随机变量及其分布/221
§10.1 计数原理与排列组合/221 [练 P433]
微拓展 递推数列在计数原理中的应用/224
§10.2 二项式定理/224 [练 P435]
§10.3 随机事件与概率/226 [练 P437]
§10.4 事件的相互独立性与条件概率、全概率公式/230 [练 P440]
微拓展 概率问题中的递推数列/232
§10.5 离散型随机变量及其分布列、数字特征/233 [练 P445]
微拓展 均值、方差的大小比较、最值(范围)问题/235
§10.6 二项分布、超几何分布与正态分布/237 [练 P447]
§10.7 概率与统计的综合问题/241 [练 P449]
§10.8 概率、统计与其他知识的交汇问题[微重点]/246 [练 P451]



第一章

集合、常用逻辑用语、不等式

§1.1 集 合

【考试要求】 1. 了解集合的含义，了解全集、空集的含义. 2. 理解元素与集合的属于关系，理解集合间的包含和相等关系. 3. 会求两个集合的并集、交集与补集. 4. 能用自然语言、图形语言、集合语言描述不同的具体问题，能使用 Venn 图表示集合间的基本关系和基本运算.

落实主干知识

1. 集合与元素

(1)集合中元素的三个特性：_____、_____、_____.

(2)元素与集合的关系是_____或_____，用符号_____或_____表示.

(3)集合的表示法：_____、_____、_____.

(4)常见数集的记法

集合	非负整数集(或自然数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号		$\mathbf{N}^*$(或 $\mathbf{N}_+$)			

2. 集合的基本关系

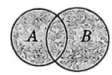
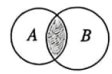
(1)子集：一般地，对于两个集合 A，B，如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素，就称集合 A 为集合 B 的子集，记作_____(或 $B\supseteq A$).

(2)真子集：如果集合 $A\subseteq B$，但存在元素 $x\in B$，且 $x\notin A$，就称集合 A 是集合 B 的真子集，记作_____(或 $B\supsetneq A$).

(3)相等：若 $A\subseteq B$，且_____，则 $A=B$.

(4)空集：不含任何元素的集合叫做空集，记为 $\varnothing$. 空集是_____的子集，是_____的真子集.

3. 集合的基本运算

运算 \ 表示	集合语言	图形语言	记法
并集			
交集			
补集			

自主诊断

1. 判断下列结论是否正确.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)集合 $\{x\in\mathbf{N}\mid x^3=x\}$，用列举法表示为 $\{-1,0,1\}$. (　　)

(2)$\{x\mid y=x^2+1\}=\{y\mid y=x^2+1\}=\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$. (　　)

(3)若 $1\in\{x^2,x\}$，则 $x=-1$ 或 $x=1$. （ ）

(4)对任意集合 A,B，都有 $(A\cap B)\subseteq(A\cup B)$. （ ）

2. (2025·全国Ⅰ卷)已知集合 $U=\{x\mid x$ 是小于 9 的正整数$\}$，$A=\{1,3,5\}$，则 $\complement_U A$ 中元素的个数为（ ）

A. 0　　B. 3

C. 5　　D. 8

3. (2023·全国乙卷)设集合 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x\mid x<1\}$，$N=\{x\mid -1<x<2\}$，则 $\{x\mid x\geqslant 2\}$ 等于（ ）

A. $\complement_U(M\cup N)$　　B. $N\cup\complement_U M$

C. $\complement_U(M\cap N)$　　D. $M\cup\complement_U N$

4. 已知集合 $M=\{x\mid -1<x<3\}$，$N=\{x\mid x\geqslant a\}$，若 $M\cap N=M$，则实数 a 的取值范围是_____.

■ 微点提醒

1. 掌握有限集子集个数的结论

若有限集 A 中有 n 个元素，则 A 的子集有 2^n 个，真子集有 (2^n-1) 个，非空子集有 (2^n-1) 个，非空真子集有 (2^n-2) 个.

2. 灵活应用两个常用性质

(1) $\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

(2) $\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

3. 牢记两个注意点

(1)在应用条件 $A\cup B=B\Leftrightarrow A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$ 时要树立分类讨论的思想，将集合 A 是空集的情况优先进行讨论.

(2)在解答集合问题时，要注意集合元素的特性，特别是互异性对集合元素的限制.

探究核心题型

题型一　集合的含义与表示

例 1　(1)(多选)下列各组中 M,P 表示不同集合的是（ ）

A. $M=\{3,-1\}$，$P=\{(3,-1)\}$

B. $M=\{(3,1)\}$，$P=\{(1,3)\}$

C. $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\{x\mid x=t^2+1,t\in\mathbf{R}\}$

D. $M=\{y\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\{(x,y)\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$

(2)已知集合 $A=\{-1,a^2-2a+1,a-4\}$，若 $4\in A$，则 a 的值可能为（ ）

A. $-1,3$　　B. -1

C. $-1,3,8$　　D. $-1,8$

思维升华　解决集合含义问题的关键点

(1)确定集合中的代表元素.

(2)确定元素的限制条件.

(3)理解元素的互异性，在解决集合中含有字母的问题时，一定要返回代入验证，防止与集合中元素的互异性相矛盾.

跟踪训练 1　已知 $a,b\in\mathbf{R}$，若 $\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}=\{a^2,a+b,0\}$，则 $a^{2\,026}+b^{2\,026}=$_____.

题型二　集合间的基本关系

例 2　(1)(2026·青岛模拟)已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 A,B 满足 $A\subseteq(A\cap B)$，则下列关系一定正确的是（ ）

A. $A=B$　　B. $B\subseteq A$

C. $A\cap(\complement_U B)=\varnothing$　　D. $(\complement_U A)\cap B=\varnothing$

(2)已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 7\}$，$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，若 $A\subseteq\complement_U B$，则实数 m 的取值范围是_____.

思维升华　(1)空集是任何集合的子集，在涉及集合关系问题时，必须考虑空集的情况，否则易造成漏解.

(2)已知两个集合间的关系求参数时，关键是将条件转化为元素或区间端点间的关系，进而转化为参数所满足的关系，常用数轴、Venn 图等来直观解决这类问题.

跟踪训练 2　(1)(2025·汕头模拟)若集合 $A=\{x\mid (m-2)x^2+2mx-1=0\}$ 恰有两个子集，则实数 m 的值是（ ）

A. -2 或 1　　B. 2 或 1

C. -2　　D. ± 2 或 1

(2)(多选)已知集合 $M=\{-1,1\}$,$N=\{x\mid mx=1\}$,且 $N\subseteq M$,则实数 m 的值可以为(　　)

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

题型三　集合的基本运算

命题点 1　集合的运算

例 3　(1)(2022·新高考全国Ⅰ卷)若集合 $M=\{x\mid\sqrt{x}<4\}$,$N=\{x\mid 3x\geqslant 1\}$,则 $M\cap N$ 等于(　　)

A. $\{x\mid 0\leqslant x<2\}$　　B. $\left\{x\mid \frac{1}{3}\leqslant x<2\right\}$

C. $\{x\mid 3\leqslant x<16\}$　　D. $\left\{x\mid \frac{1}{3}\leqslant x<16\right\}$

(2)(2025·天津)已知集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,3\}$,$B=\{2,3,5\}$,则 $\complement_U(A\cup B)$ 等于(　　)

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{2,3,4\}$

C. $\{2,4\}$　　D. $\{4\}$

.....

.....

命题点 2　利用集合的运算求参数的值(范围)

例 4　(2026·衡水模拟)已知集合 $A=\{x\mid y=\ln(1-x^2)\}$,$B=\{x\mid x\leqslant a\}$,若 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=\mathbf{R}$,则实数 a 的取值范围为(　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $[1,+\infty)$

C. $(-\infty,1)$　　D. $(-\infty,1]$

.....

.....

思维升华　对于集合的交、并、补运算,如果集合中的元素是离散的,可用 Venn 图表示;如果集合中的元素是连续的,可用数轴表示,此时要注意端点的情况.

命题点 3　集合的应用

(链接教材,人教 A 版必修第一册 P15 阅读与思考)容斥原理是一种数学计数方法,用于处理在计数过程中出现的重叠问题.其基本思想是先不考虑重叠的情况,将所有对象数目计算出来,然后再将重复计算的数目排除出去.

我们把含有限个元素的集合 A 叫做有限集,用 $\mathrm{card}(A)$ 来表示有限集合 A 中元素的个数.例如,$A=\{a,b,c\}$,则 $\mathrm{card}(A)=3$.容斥原理告诉我们,如果被计数的事物有 A,B,C 三类,那么,$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$.

例 5　某校初一(4)班有学生 46 人,寒假参加体育训练,其中足球队 25 人,排球队 22 人,游泳队 24 人,足球、排球都参加的有 12 人,足球、游泳都参加的有 9 人,排球、游泳都参加的有 8 人,则三项都参加的人数为(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

.....

.....

思维升华　在解决数量关系问题、阴影面积问题时,通过应用容斥原理,可以有效地解决涉及重叠或包含关系的问题,确保计算结果的准确性.

跟踪训练 3　(1)(2025·广东八校联考)设集合 $A=\{x\mid 1<x<2\}$,$B=\{x\mid x<a\}$,若 $A\cap B=A$,则 a 的取值范围是(　　)

A. $[1,+\infty)$　　B. $[2,+\infty)$

C. $(-\infty,1]$　　D. $(-\infty,2]$

(2)(多选)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x\mid -3\leqslant x<4\}$,$N=\{x\mid x^2-2x-8\leqslant 0\}$,则(　　)

A. $M\cup N=\{x\mid -3\leqslant x<4\}$

B. $M\cap N=\{x\mid -2\leqslant x<4\}$

C. $(\complement_U M)\cup N=(-\infty,-3)\cup[-2,+\infty)$

D. $M\cap(\complement_U N)=(-3,-2)$

(3)某年级先后举行数理化三科竞赛,学生中至少参加一科的:数学 203 人,物理 179 人,化学 165 人;至少参加两科的:数学、物理 143 人,数学、化学 116 人,物理、化学 97 人;三科都参加的有 90 人.则参加竞赛的学生总人数是_____.

题型四　集合的新定义问题

例 6　(多选)设 P 是一个数集,且至少含有两个数,若对任意 $a,b\in P$,都有 $a+b$,$a-b$,ab,$\frac{a}{b}\in P$(除数 $b\neq 0$),则称 P 是一个数域.例如有理数集 $\mathbf{Q}$ 是一个数域;数集 $F=\{a+b\sqrt{2}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$ 也是一个数域.下列关于数域的命题中是真命题的为(　　)

A. 0,1 是任意数域中的元素

B. 若数集 M,N 都是数域,则 $M\cup N$ 是一个数域

C. 存在无穷多个数域

D. 若数集 M,N 都是数域,则有理数集 $\mathbf{Q}\subseteq M\cap N$

.....

思维升华　此类题目常常以“问题”为核心，以“探究”为途径，以“发现”为目的，以集合为依托，考查学生理解问题、解决创新问题的能力.

跟踪训练 4　(多选)(2025·渭南模拟)定义集合 A 与 B 的运算：$A\cdot B=\{x\mid x\in\mathbf{R}$，且 $x\notin(A\cup B)\}$，$A\circ B=\{x\mid x\in\mathbf{R}$，且 $x\notin(A\cap B)\}$. 已知 $A=(-1,4]$，$B=[0,7)$，则　(　)

A. $A\cdot B=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

B. $A\circ B=(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$

C. $A\cdot(\complement_{\mathbf{R}}B)=[4,7]$

D. $(\complement_{\mathbf{R}}A)\circ B=(-\infty,4]\cup[7,+\infty)$

提醒：完成作业　§1.1

§1.2　常用逻辑用语

【考试要求】 1. 理解充分条件、必要条件、充要条件的意义；理解判定定理与充分条件、性质定理与必要条件、数学定义与充要条件的关系. 2. 理解全称量词和存在量词的意义，能正确对两种命题进行否定.

落实主干知识

1. 充分条件、必要条件与充要条件的概念

若 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的_____条件，q 是 p 的_____条件	
p 是 q 的充分不必要条件	
p 是 q 的必要不充分条件	$p\not\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$
p 是 q 的_____条件	$p\Leftrightarrow q$
p 是 q 的既不充分也不必要条件	$p\not\Rightarrow q$ 且 $q\not\Rightarrow p$

2. 全称量词与存在量词

(1)全称量词：短语“所有的”“任意一个”在逻辑中通常叫做全称量词，并用符号“_____”表示.

(2)存在量词：短语“存在一个”“至少有一个”在逻辑中通常叫做存在量词，并用符号“_____”表示.

3. 全称量词命题和存在量词命题

名称	全称量词命题	存在量词命题
结构	对 M 中任意一个 x，$p(x)$ 成立	存在 M 中的元素 x，$p(x)$ 成立
简记	$\forall x\in M,p(x)$	$\exists x\in M,p(x)$
否定		

自主诊断

1. 判断下列结论是否正确.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)当 p 是 q 的充分条件时，q 是 p 的必要条件.　(　)

(2)“三角形的内角和为 180°”是全称量词命题.　(　)

(3)“函数 $f(x)$ 为奇函数”是“$f(0)=0$”的充分不必要条件.　(　)

(4)命题“$\exists x\in\mathbf{R},\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$”是真命题.　(　)

2. 命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2-x+2\geqslant 0$”的否定为　(　)

A. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-x+2<0$

B. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-x+2\leqslant 0$

C. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-x+2\leqslant 0$

D. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-x+2<0$

3. 设 $x\in\mathbf{R}$，则“$\cos x=1$”是“$\sin x=0$”的　(　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 设 p：$m-1\leqslant x\leqslant m+2$，$q$：$0\leqslant x\leqslant 2$. 若 p 是 q 的必要不充分条件，则实数 m 的取值范围是_____.

微点提醒

1. 谨记两个常用结论

(1)p 是 q 的充分不必要条件，等价于 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件.

(2)命题 p 和 $\neg p$ 的真假性相反，若判断一个命题的真假有困难时，可先判断此命题的否定的真假.

2. 理清一个关系

“A 的充分不必要条件是 B”是指 B 能推出 A，且 A 不能推出 B；而“A 是 B 的充分不必要条件”则是指 A 能推出 B，而 B 不能推出 A，要注意区别上述两种说法的不同.

题型一　充分、必要条件的判定

例 1　(1)(2024·北京)设 a,b 是向量,则"$(a+b)\cdot(a-b)=0$"是"$a=-b$ 或 $a=b$"的　(　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

(2)(2025·临沂模拟)已知 $f(x)=\tan x$,则对任意实数 $a\in(-1,1),b\in(-1,1)$,"$a+b>0$"是"$f(a)+f(b)>0$"的　(　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

思维升华　充分、必要条件的三种判定方法

(1)定义法:根据 $p\Rightarrow q,q\Rightarrow p$ 是否成立进行判断.

(2)集合法:根据 p,q 成立对应的集合之间的包含关系进行判断.

(3)等价转化法:对所给题目的条件进行一系列的等价转化,直到转化成容易判断充分、必要条件是否成立为止.

跟踪训练 1　(多选)下列叙述中正确的是　(　)

A. "$a>1$"是"$\frac{1}{a}<1$"的充分不必要条件

B. 若 $a,b,c\in\mathbf{R}$,则"$ab^2>cb^2$"的充要条件是"$a>c$"

C. "$a<1$"是"方程 $x^2+x+a=0$ 有一个正根和一个负根"的必要不充分条件

D. 若 $a,b,c\in\mathbf{R}$ 且 $a>0$,则"$\forall x\in\mathbf{R},ax^2+bx+c\geqslant 0$ 恒成立"的充要条件是"$b^2-4ac\leqslant 0$"

题型二　充分、必要条件的应用

例 2　(1)(2025·哈尔滨模拟)下列四个选项中,使 $x>y$ 成立的一个充分不必要条件是(　)

A. $x^2>y^2$　　B. $x|x|>y|y|$

C. $\ln x>\ln y$　　D. $e^x>e^y$

(2)(2026·白银模拟)已知 p:"$x^2-(2m+3)x+m^2+3m>0$"是 q:"$x^2-x-6\leqslant 0$"的必要不充分条件,则实数 m 的取值范围为　(　)

A. $(-\infty,-5]\cup[3,+\infty)$

B. $(-\infty,-5)\cup(3,+\infty)$

C. $(-5,3)$

D. $[-5,3]$

思维升华　求参数问题的解题策略

(1)把充分条件、必要条件或充要条件转化为集合之间的关系,然后根据集合之间的关系列出关于参数的不等式(或不等式组)求解.

(2)要注意区间端点值的检验.

跟踪训练 2　(1)已知 $p:-1<x<0,q:m-1<x<-3m$. 若 p 是 q 的充分不必要条件,则实数 m 的取值范围是_____.

(2)已知 $p:x\leqslant 1,q:x\leqslant a$,若 p 是 q 的必要不充分条件,则实数 a 的取值范围是_____;若 p 是 q 的必要条件,则实数 a 的取值范围是_____.

题型三　全称量词与存在量词

命题点 1　含量词的命题的否定

例 3　(多选)下列说法正确的是　(　)

A. "菱形是正方形"是全称量词命题

B. "$\forall x,y\in\mathbf{R},x^2+y^2\geqslant 0$"的否定是"$\exists x,y\in\mathbf{R},x^2+y^2<0$"

C. 命题"有一个奇数不能被 3 整除"的否定是"有一个奇数能被 3 整除"

D. "$A=B$"是"$\sin A=\sin B$"的必要不充分条件

命题点 2　含量词的命题的真假判断

例 4　(多选)下列命题为假命题的是　(　)

A. $\exists x\in\mathbf{R},\ln(x^2+1)<0$

B. $\forall x>2,2^x>x^2$

C. $\exists\alpha,\beta\in\mathbf{R},\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha-\sin\beta$

D. $\forall x\in(0,\pi),\sin x>\cos x$

.....

.....

.....

命题点 3　含量词的命题的应用

例 5　已知命题"$\exists x\in\mathbf{R},ax^2-ax+1\leqslant0$"为假命题,则实数 a 的取值范围是_____.

.....

.....

思维升华　含量词命题的解题策略

(1)判定全称量词命题是真命题,需证明都成立;要判定存在量词命题是真命题,只要找到一个成立即可.当一个命题的真假不易判定时,可以先判断其否定的真假.

(2)由命题真假求参数的范围,一是直接由命题的真假求参数的范围;二是可利用等价命题求参数的范围.

跟踪训练 3　(1)(2024·新课标Ⅱ卷)已知命题 $p:\forall x\in\mathbf{R},|x+1|>1$;命题 $q:\exists x>0,x^3=x$,则　(　)

A. p 和 q 都是真命题

B. $\neg p$ 和 q 都是真命题

C. p 和 $\neg q$ 都是真命题

D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题

(2)(多选)(2025·海口模拟)以下说法正确的是　(　)

A. "$\forall x\in\mathbf{R},3x^2-2\geqslant0$"的否定是"$\exists x\in\mathbf{R},3x^2-2<0$"

B. "$x>3$"是"$\log_3(2x+1)>2$"的充分不必要条件

C. 若命题"$\forall x\in\mathbf{R},x^2+(a-1)x+1\geqslant0$"为假命题,则实数 a 的取值范围是$(-1,3)$

D. 若命题"$\forall x\in\mathbf{R},2ax^2+ax-\frac{3}{8}\leqslant0$"是真命题,则实数 a 的取值范围是$[-3,0]$

提醒:完成作业　§1.2

§1.3　等式性质与不等式性质

【考试要求】 1.掌握等式性质.2.会比较两个数的大小.3.理解不等式的性质,并能简单应用.

落实主干知识

1.两个实数比较大小的方法

作差法$\begin{cases}a-b>0\Leftrightarrow a_____b,\\ a-b=0\Leftrightarrow a_____b,\\ a-b<0\Leftrightarrow a_____b\end{cases}(a,b\in\mathbf{R})$.

2.等式的性质

性质 1　对称性:如果 $a=b$,那么_____;

性质 2　传递性:如果 $a=b,b=c$,那么_____;

性质 3　可加(减)性:如果 $a=b$,那么 $a\pm c=b\pm c$;

性质 4　可乘性:如果 $a=b$,那么 $ac=bc$;

性质 5　可除性:如果 $a=b,c\neq0$,那么_____.

3.不等式的性质

性质 1　对称性:$a>b\Leftrightarrow$_____;

性质 2　传递性:$a>b,b>c\Rightarrow$_____;

性质 3　可加性:$a>b\Leftrightarrow a+c>b+c$;

性质 4　可乘性:$a>b,c>0\Rightarrow$_____;

$a>b,c<0\Rightarrow$_____;

性质 5　同向可加性:$a>b,c>d\Rightarrow$_____;

性质 6　同向同正可乘性:$a>b>0,c>d>0\Rightarrow$_____;

性质 7　同正可乘方性:$a>b>0\Rightarrow a^n>b^n(n\in\mathbf{N},n\geqslant2)$.

自主诊断

1.判断下列结论是否正确.(请在括号中打"√"或"×")

(1)两个实数 a,b 之间,有且只有 $a>b,a=b,a<b$ 三种关系中的一种.　(　)

(2)若 $\frac{b}{a}>1$,则 $b>a$.　(　)

步步高 答案精析

与《步步高大一轮复习讲义》配套使用

数学

第一章　集合、常用逻辑用语、不等式

§1.1　集　合

落实主干知识

1.(1)确定性　互异性　无序性　(2)属于　不属于　$\in$　$\notin$　(3)列举法　描述法　图示法　(4)$\mathbf{N}$　$\mathbf{Z}$　$\mathbf{Q}$　$\mathbf{R}$

2.(1)$A\subseteq B$　(2)$A\subsetneqq B$　(3)$B\subseteq A$　(4)任何集合　任何非空集合

3.$\{x\mid x\in A,$或$x\in B\}$　$A\cup B$

$\{x\mid x\in A,$且$x\in B\}$　$A\cap B$

$\{x\mid x\in U,$且$x\notin A\}$　$\complement_U A$

自主诊断

1.(1)×　(2)×　(3)×　(4)√

2.C　3.A　4.$(-\infty,-1]$

探究核心题型

例1　(1)ABD　(2)D

跟踪训练1　1

例2　(1)C　[因为集合A,B满足$A\subseteq(A\cap B)$,故可得$A\subseteq B$,

对A,当A为B的真子集时,不成立;

对B,当A为B的真子集时,也不成立;

对C,$A\cap(\complement_U B)=\varnothing$,恒成立;

对D,当A为B的真子集时,不成立.]

(2)$(-\infty,2)\cup(6,+\infty)$

解析　①当$B\neq\varnothing$时,$m+1\leqslant 2m-1$,即$m\geqslant 2$,

因为集合$A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 7\}$,

$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$,则$\complement_U B=\{x\mid x<m+1$或$x>2m-1\}$,

又$A\subseteq\complement_U B$,则$m+1>7$或$2m-1<-2$,解得$m>6$或$m<-\frac{1}{2}$,

又$m\geqslant 2$,所以$m>6$;

②当$B=\varnothing$时,$m+1>2m-1$,

即$m<2$,此时$\complement_U B=\mathbf{R}$,符合题意.

综上所述,实数m的取值范围为$m<2$或$m>6$.

跟踪训练2　(1)D　[因为集合$A=\{x\mid(m-2)x^2+2mx-1=0\}$恰有两个子集,则集合$A$只有一个元素,

即关于x的方程$(m-2)x^2+2mx-1=0$只有一个实数根,分以下两种情况讨论:

当$m-2=0$,即$m=2$时,原方程为$4x-1=0$,解得$x=\frac{1}{4}$,符合题意;

当$m-2\neq 0$,即$m\neq 2$时,则$\Delta=4m^2+4(m-2)=4(m^2+m-2)=0$,

解得$m=1$或$m=-2$.

综上所述,$m=\pm 2$或1.]

(2)BCD　[当$N=\varnothing$时,满足$N\subseteq M$,此时$m=0$;

当$N\neq\varnothing$时,$m\neq 0$,

解$mx=1$可得,$x=\frac{1}{m}$.

因为$N\subseteq M$,所以$\frac{1}{m}=-1$或$\frac{1}{m}=1$.

当$\frac{1}{m}=-1$时,$m=-1$;

当$\frac{1}{m}=1$时,$m=1$.

综上所述,$m=0$或$m=-1$或$m=1$.]

例3　(1)D　[因为$M=\{x\mid\sqrt{x}<4\}$,所以$M=\{x\mid 0\leqslant x<16\}$;

因为$N=\{x\mid 3x\geqslant 1\}$,

所以$N=\left\{x\,\middle|\,x\geqslant\frac{1}{3}\right\}$.

所以$M\cap N=\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{3}\leqslant x<16\right\}$,

故选D.]

(2)D

例4　B

例5　C　[设集合$A=\{x\mid x$是参加足球队的学生$\}$,

集合$B=\{x\mid x$是参加排球队的学生$\}$,

集合$C=\{x\mid x$是参加游泳队的学生$\}$,

则$\mathrm{card}(A)=25$,$\mathrm{card}(B)=22$,

$\mathrm{card}(C)=24$,

$\mathrm{card}(A\cap B)=12$,$\mathrm{card}(B\cap C)=8$,

$\mathrm{card}(A\cap C)=9$.

设三项都参加的有m人,即$\mathrm{card}(A\cap B\cap C)=m$,$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=46$,

所以由$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$,

即$46=25+22+24-12-8-9+m$,

解得$m=4$,

故三项都参加的有4人.]

跟踪训练3　(1)B　[由$A\cap B=A$知$A\subseteq B$,

又$A=\{x\mid 1<x<2\}$,$B=\{x\mid x<a\}$,

所以$a\geqslant 2$.]

(2)BC　[由$x^2-2x-8\leqslant 0$,得$-2\leqslant x\leqslant 4$,所以$N=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 4\}$,

对于选项A,$M\cup N=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 4\}$,故A错误;

对于选项B,$M\cap N=\{x\mid -2\leqslant x<4\}$,故B正确;

对于选项C,由于$\complement_U M=(-\infty,-3)\cup[4,+\infty)$,故$(\complement_U M)\cup N=(-\infty,-3)\cup[-2,+\infty)$,故C正确;

对于选项D,由于$\complement_U N=(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$,故$M\cap(\complement_U N)=[-3,-2)$,故D错误.]

(3)281

解析　由题意,用A,B,C分别表示参加数学竞赛、物理竞赛和化学竞赛的学生构成的集合,

则$\mathrm{card}(A)=203$,$\mathrm{card}(B)=179$,

$\mathrm{card}(C)=165$,

$\mathrm{card}(A\cap B)=143$,$\mathrm{card}(B\cap C)=97$,

$\mathrm{card}(A\cap C)=116$,$\mathrm{card}(A\cap B\cap C)=90$,

因此$\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)=203+179+165-143-97-116+90=281$.

所以参加竞赛的学生总人数是281.

例6　ACD　[对于A选项,由定义可知,对任意的数域P,至少含有两个数,则至少有一个非零元素$a\in P$,所以有$a-a=0\in P$,$\frac{a}{a}=1\in P$,故A正确;

对于B选项,假设数域$M=\{a+b\sqrt{2}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$,$N=\{a+b\sqrt{3}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$,则当$x=\sqrt{2}\in M$,$y=\sqrt{3}\in N$时,$x\in M\cup N$,$y\in M\cup N$,$x+y=\sqrt{2}+\sqrt{3}\notin M$且$x+y=\sqrt{2}+\sqrt{3}\notin N$,

故$x+y=\sqrt{2}+\sqrt{3}\notin M\cup N$,故B错误;

对于C选项,可以利用题中的数域的例子进行构造,对于任意非完全平方数的正整数Z,

集合$P=\{a+b\sqrt{Z}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$都是数域,这样就有无穷多个数域,故C正确;

对于D选项,在A选项的基础上进行证明:任意数域P,都有有理数集$\mathbf{Q}\subseteq P$.

因为0,1是任意数域中的元素,而且任意整数都可以看成有限个0或1的和或差,

故所有整数都属于数域P,

又任意有理数均能表示成两个整数的商,故所有有理数都属于数域P,即$\mathbf{Q}\subseteq P$,

所以$\mathbf{Q}\subseteq M$,$\mathbf{Q}\subseteq N$,即$\mathbf{Q}\subseteq M\cap N$,故D正确.]

跟踪训练4　ABD　[$\because A=(-1,4]$,$B=[0,7)$,

$\therefore A\cup B=(-1,7)$,$A\cap B=[0,4]$,

$\therefore A\cdot B=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$,

$A\circ B=(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$,选项A,B正确;

$\because\complement_R B=(-\infty,0)\cup[7,+\infty)$,

$\therefore A\cup(\complement_R B)=(-\infty,4]\cup[7,+\infty)$,

$\therefore A\cdot(\complement_R B)=(4,7)$,选项C错误;

$\because\complement_R A=(-\infty,-1]\cup(4,+\infty)$,

$\therefore(\complement_R A)\cap B=(4,7)$,$\therefore(\complement_R A)\circ B=(-\infty,4]\cup[7,+\infty)$,选项D正确.]

§1.2　常用逻辑用语

落实主干知识

1.充分　必要　$p\Rightarrow q$且$q\not\Rightarrow p$　充要

2.(1)$\forall$　(2)$\exists$

3.$\exists x\in M,\neg p(x)$　$\forall x\in M,\neg p(x)$

自主诊断

1.(1)√　(2)√　(3)×　(4)×

2.A　3.A　4.$[0,1]$

探究核心题型

例1　(1)B

(2)C　[因为$f(x)=\tan x$在$(-1,1)$上单调递增,且是奇函数,

所以$\tan a+\tan b>0\Leftrightarrow\tan a>-\tan b\Leftrightarrow\tan a>\tan(-b)\Leftrightarrow a>-b\Leftrightarrow a+b>0$,

所以"$a+b>0$"是"$f(a)+f(b)>0$"的充要条件.]

跟踪训练1　ACD　[对于A,$a>1\Rightarrow\frac{1}{a}<1$,当$a<0$时,$\frac{1}{a}<1$,

所以$\frac{1}{a}<1\not\Rightarrow a>1$,

所以"$a>1$"是"$\frac{1}{a}<1$"的充分不必要条件,故A正确;

对于B,当$b=0$时,若"$a>c$"成立,而$ab^2=0=cb^2$,充分性不成立,故B错误;

对于C,令$f(x)=x^2+x+a$,方程$x^2+x+a=0$有一个正根和一个负根,则$f(0)<0$,

则有$a<0$,所以"$a<1$"是"方程$x^2+x+a=0$有一个正根和一个负根"的必要不充分条件,故C正确;

对于D,当$a>0$时,由$\forall x\in\mathbf{R},ax^2+bx+c\geqslant 0$恒成立可以推出$\Delta=b^2-4ac\leqslant 0$,

而由$b^2-4ac\leqslant 0$也可以推出$ax^2+bx+c\geqslant 0$恒成立,故D正确.]

例2　(1)C　[当$x=-2,y=-1$时,满足$x^2>y^2$,但$x<y$;当$x=-1,y=$

步步高

一轮复习110练

一课一练

与《步步高大一轮复习讲义》配套使用

数学

班级：_____

姓名：_____

学号：_____

目录

89个课时练

21个必刷题专练

第一章　集合、常用逻辑用语、不等式/251

练1　§1.1　集　合/251

练2　§1.2　常用逻辑用语/253

练3　§1.3　等式性质与不等式性质/255

练4　§1.4　基本不等式/257

练5　§1.5　基本不等式的综合应用/259

练6　§1.6　一元二次方程、不等式/261

练7　必刷小题1　集合、常用逻辑用语、不等式/263

第二章　函　数/265

练8　§2.1　函数的概念及其表示/265

练9　§2.2　函数的单调性与最值/267

练10　§2.3　函数的奇偶性/269

练11　§2.4　函数的周期性和对称性/271

练12　必刷小题2　函数的概念与性质/273

练13　§2.5　二次函数与幂函数/275

练14　§2.6　指数与指数函数/277

练15　§2.7　对数与对数函数/279

练16　§2.8　指、对、幂的大小比较/281

练17　必刷小题3　基本初等函数/282

练18　§2.9　函数的图象/283

练19　§2.10　函数的零点与方程的解/285

练20　§2.11　函数与方程的综合应用/287

练21　§2.12　函数模型的应用/288

练22　必刷小题4　函数与方程/291

第三章　一元函数的导数及其应用/293

练23　§3.1　导数的概念及其意义、导数的运算/293

练24　§3.2　导数与函数的单调性/295

练25　§3.3　导数与函数的极值、最值/297

练26　§3.4　三次函数的图象与性质/299

练27　§3.5　函数中的构造问题/301

练28　§3.6　同构问题/302

练29　必刷小题5　导数及其应用/303

进阶篇　不等式的证明方法/304

练30　进阶1　作差法与双函数构造法/304

练31　进阶2　指对放缩/305

练32　进阶3　极值点偏移(一)/306

练33　进阶4　极值点偏移(二)/307

进阶篇　不等式恒(能)成立问题/308

练34　进阶1　参数全分离/308

练35　进阶2　参数半分离与主元变换/309

练36　进阶3　分类讨论/310

练37　进阶4　端点效应/311

进阶篇　导数中的零点问题/312

练38　进阶1　零点个数问题/312

练39　进阶2　隐零点/313

练40　必刷大题6　导数的综合问题/315

第四章　三角函数与解三角形/317

练41　§4.1　三角函数基本公式/317

练42　§4.2　三角恒等变换/319

练43　§4.3　三角函数的图象与性质/321

练44　§4.4　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$/323

练45　§4.5　三角函数中有关 ω 的范围问题/325

练46　必刷小题7　三角函数/326

练47　§4.6　正弦定理、余弦定理/327

练48　§4.7　解三角形中的最值与范围问题/329

练49　§4.8　解三角形应用举例/331

练50　必刷小题8　解三角形/333

练51　必刷大题9　解三角形/335

第五章　平面向量与复数/337

练52　§5.1　平面向量的概念及线性运算/337

练53　§5.2　平面向量基本定理及坐标表示/339

练54　§5.3　平面向量的数量积/341

练55　§5.4　平面向量中的综合问题/343

练56　§5.5　复　数/345

练57　必刷小题10　平面向量与复数/347

第六章　数　列/348

练58　§6.1　数列的概念/348

练59　§6.2　等差数列/351

练60　§6.3　等比数列/353

练61　§6.4　数列中的构造问题/355

练62　必刷小题11　数　列/357

练63　§6.5　数列求和(一)/359

练64　§6.6　数列求和(二)/361

练65　必刷大题12　数列的综合问题/363

目录

89个课时练
21个必刷题专练

第七章　立体几何与空间向量/365

练 66　§7.1　基本立体图形、简单几何体的表面积与体积/365

练 67　§7.2　球的切、接问题/368

练 68　§7.3　空间点、直线、平面之间的位置关系/369

练 69　§7.4　空间直线、平面的平行/371

练 70　§7.5　空间直线、平面的垂直/373

练 71　必刷小题 13　立体几何/375

练 72　§7.6　空间向量的概念与运算/377

练 73　§7.7　向量法求空间角/379

练 74　§7.8　空间距离及立体几何中的探索性问题/381

练 75　§7.9　立体几何中的截面、交线问题/383

练 76　§7.10　立体几何中的动态、轨迹问题/384

练 77　必刷大题 14　空间向量与立体几何/385

第八章　直线和圆、圆锥曲线/387

练 78　§8.1　直线的方程/387

练 79　§8.2　两条直线的位置关系/389

练 80　§8.3　圆的方程/391

练 81　§8.4　直线与圆、圆与圆的位置关系/393

练 82　必刷小题 15　直线与圆/395

练 83　§8.5　椭　圆/397

练 84　§8.6　双曲线/399

练 85　§8.7　离心率的范围问题/401

练 86　§8.8　抛物线/403

练 87　§8.9　直线与圆锥曲线的位置关系/405

进阶篇　圆锥曲线中的综合问题/407

练 88　进阶 1　圆锥曲线中的常见结论及应用/407

练 89　必刷小题 16　圆锥曲线/409

练 90　进阶 2　求值与证明问题/411

练 91　进阶 3　最值与范围问题/412

练 92　进阶 4　定点问题/413

练 93　进阶 5　定值问题/414

练 94　进阶 6　定直线问题/415

练 95　必刷大题 17　解析几何/417

第九章　统计与成对数据的统计分析/419

练 96　§9.1　随机抽样、统计图表/419

练 97　§9.2　用样本估计总体/423

练 98　§9.3　成对数据的统计分析/425

练 99　必刷大题 18　统计与统计分析/429

第十章　计数原理、概率、随机变量及其分布/433

练 100　§10.1　计数原理与排列组合/433

练 101　§10.2　二项式定理/435

练 102　§10.3　随机事件与概率/437

练 103　§10.4　事件的相互独立性与条件概率、全概率公式/440

练 104　必刷小题 19　计数原理与概率/443

练 105　§10.5　离散型随机变量及其分布列、数字特征/445

练 106　§10.6　二项分布、超几何分布与正态分布/447

练 107　§10.7　概率与统计的综合问题/449

练 108　§10.8　概率、统计与其他知识的交汇问题/451

练 109　必刷小题 20　计数原理、概率、随机变量及其分布/453

练 110　必刷大题 21　概率与统计/455

学号 [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]

分值:83分

§1.1 集 合

【注意】 填空题为智能批阅,请在横线答题空上规范作答。做到书写不连笔、不触碰到其他文字、不超出答题线。

知识过关

一、单项选择题(每小题5分,共40分)

1. (2025·全国Ⅱ卷)已知集合 $A=\{-4,0,1,2,8\}$, $B=\{x\mid x^3=x\}$,则 $A\cap B$ 等于

[A]$\{0,1,2\}$ [B]$\{1,2,8\}$

[C]$\{2,8\}$ [D]$\{0,1\}$

2. (2023·全国甲卷)设全集 $U=\mathbf{Z}$,集合 $M=\{x\mid x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$, $N=\{x\mid x=3k+2,k\in\mathbf{Z}\}$,则 $\complement_U(M\cup N)$等于

[A]$\{x\mid x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$

[B]$\{x\mid x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$

[C]$\{x\mid x=3k-2,k\in\mathbf{Z}\}$

[D]$\varnothing$

3. (2025·淄博模拟)已知集合 $A=\{e,\log_{0.2}0.3,2^{0.2}\}$,集合 $B=\{x\mid x(1-x)>0\}$,则 $A\cap B$ 的子集的个数为

[A]1 [B]2 [C]4 [D]8

4. (2026·宝鸡模拟)若集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2-2x+1=0\}$中只有一个元素,则实数 a 等于

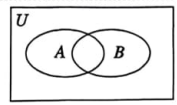
[A]1 [B]0

[C]2 [D]0或1

5. (2023·新课标Ⅱ卷)设集合 $A=\{0,-a\}$, $B=\{1,a-2,2a-2\}$,若 $A\subseteq B$,则 a 等于

[A]2 [B]1 [C]$\frac{2}{3}$ [D]-1

6. (2026·保定模拟)如图,已知全集 $U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$,集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x\in\mathbf{Z}\mid (x+2)(x-1)\leqslant 0\}$,则图中阴影部分表示的集合为



[A]$\{2\}$ [B]$\{3\}$

[C]$\{2,3\}$ [D]$[2,3]$

7. (2020·新高考全国Ⅰ卷)某中学的学生积极参加体育锻炼,其中有96%的学生喜欢足球或游泳,60%的学生喜欢足球,82%的学生喜欢游泳,则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例是

[A]62% [B]56%

[C]46% [D]42%

8. 设集合 $I=\{1,3,5,7\}$,若非空集合 A 同时满足:①$A\subseteq I$;②$\mathrm{card}(A)\leqslant\min(A)$(其中 $\mathrm{card}(A)$表示 A 中元素的个数,$\min(A)$表示集合 A 中最小的元素),称集合 A 为 I 的一个“好子集”,则 I 的所有“好子集”的个数为

[A]7 [B]8 [C]9 [D]10

二、多项选择题(每小题6分,共18分)

9. 已知A,B是全集U的两个非空真子集,下列说法中一定正确的是

[A] $A\cap B=\varnothing$

[B] $A\subseteq(A\cup B)$

[C] $(\complement_U A)\cup A=U$

[D] $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$

10. 已知$A=\{x\mid x^2+px+1=0\}$,$M=\{x\mid x>0\}$,若$A\cap M=\varnothing$,则实数p的可能取值为

[A] 0　　[B] -3　　[C] 3　　[D] $\frac{5}{3}$

11. (2025·聊城模拟)已知$[x]$表示不超过x的最大整数,例如:$[2.1]=2$,$[-3.5]=-4$,$[0]=0$,$A=\{y\mid y=[x],-1.1<x\leqslant 3.2\}$,$B=\{y\mid -10\leqslant y\leqslant m\}$,下列说法正确的是

[A] 集合$A=\{-1,0,1,2,3\}$

[B] 集合A的非空真子集的个数是62

[C] 若"$y\in A$"是"$y\in B$"的充分不必要条件,则m的取值范围是$[3,+\infty)$

[D] 若$A\cap B=\varnothing$,则m的取值范围是$(-\infty,-2)$

三、填空题(每小题5分,共15分)

12. (2025·上海改编)已知全集$U=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 5\}$,集合$A=\{x\mid 2\leqslant x<4\}$,则$\complement_U A=$_____.

13. (2025·南京模拟)已知非空集合$A=\{x\mid a-1<x<2a+3\}$,$B=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 4\}$.$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=A$,则实数$a$的取值范围为_____.

14. (2025·六盘水模拟)定义集合$A^n=\{(a_1,a_2,\cdots,a_n)\mid a_1,a_2,\cdots,a_n\in A\}$,比如:若$A=\{1,2\}$,则$A^2=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$.把集合$A^n$中满足条件$a_1+a_2+\cdots+a_n=p$的元素组成的集合记为$A^n(p)$,即$A^n(p)=\{(a_1,a_2,\cdots,a_n)\mid a_1+a_2+\cdots+a_n=p,a_1,a_2,\cdots,a_n\in A\}$.已知集合$A=\{1,2,3,4,5,6\}$,则

(1)集合$A^2(6)$中的元素个数为_____;

(2)若$A^6(p)$中的元素个数为56,则p的值为_____.

能力拓展 [每小题5分,共10分]

15. (2020·浙江)设集合$S,T,S\subseteq\mathbf{N}^*,T\subseteq\mathbf{N}^*,S,T$中至少有2个元素,且$S,T$满足:

①对于任意的$x,y\in S$,若$x\neq y$,都有$xy\in T$;

②对于任意的$x,y\in T$,若$x<y$,则$\frac{y}{x}\in S$.

下列命题正确的是

[A] 若S有4个元素,则$S\cup T$有7个元素

[B] 若S有4个元素,则$S\cup T$有6个元素

[C] 若S有3个元素,则$S\cup T$有5个元素

[D] 若S有3个元素,则$S\cup T$有4个元素

16. 设全集$U=\{1,2,3,4,5,6\}$,用U的子集可表示由0,1组成的6位字符串,如$\{1,3\}$表示的是从左往右第1个字符为1,第3个字符为1,其余均为0的6位字符串101000,并规定空集表示的字符串为000000.

(1)若$N=\{2,3,6\}$,则$\complement_U N$表示的6位字符串为_____;

(2)若$B=\{5,6\}$,集合$A\cup B$表示的字符串为011011,则满足条件的集合A的个数为_____.

学号 [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9]

分值:85 分

§1.2 常用逻辑用语

知识过关

一、单项选择题(每小题 5 分,共 40 分)

1.(2021·天津)已知 $a\in\mathbf{R}$,则"$a>6$"是"$a^2>36$"的
[A]充分不必要条件
[B]必要不充分条件
[C]充要条件
[D]既不充分也不必要条件

2.(2025·周口质检)命题"存在偶数 a,使数据 3,4,1,a,5,7 的中位数是偶数"的否定为
[A]对任意的偶数 a,数据 3,4,1,a,5,7 的中位数是奇数
[B]对任意的偶数 a,数据 3,4,1,a,5,7 的中位数不是偶数
[C]存在奇数 a,使数据 3,4,1,a,5,7 的中位数是奇数
[D]不存在奇数 a,使数据 3,4,1,a,5,7 的中位数不是偶数

3.已知 $p:\frac{1}{x}>1$,$q:x>m$,若 p 是 q 的充分条件,则实数 m 的取值范围是
[A]$[0,+\infty)$ [B]$[1,+\infty)$
[C]$(-\infty,0]$ [D]$(-\infty,1]$

4.(2023·北京)若 $xy\neq0$,则"$x+y=0$"是"$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=-2$"的
[A]充分不必要条件
[B]必要不充分条件
[C]充要条件
[D]既不充分也不必要条件

5.(2026·宁波模拟)命题"$\exists x\in[-2,1]$,$x^2-x-a>0$"为假命题的一个充分不必要条件是
[A]$a\leqslant-\frac{1}{4}$ [B]$a\leqslant0$
[C]$a\geqslant6$ [D]$a\geqslant8$

6.(2025·北京)已知函数 $f(x)$ 的定义域为 D,则"函数 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$"是"对任意 $M\in\mathbf{R}$,存在 $x_0\in D$,使得 $|f(x_0)|>M$"的
[A]充分不必要条件
[B]必要不充分条件
[C]充分必要条件
[D]既不充分也不必要条件

7.若"$\exists x\in(0,\pi)$,$\sin 2x-k\sin x<0$"为假命题,则 k 的取值范围为
[A]$(-\infty,-2]$ [B]$(-\infty,2]$
[C]$(-\infty,-2)$ [D]$(-\infty,2)$

8.(2023·新高考全国Ⅰ)记 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,设甲:$\{a_n\}$为等差数列;乙:$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$为等差数列,则
[A]甲是乙的充分条件但不是必要条件
[B]甲是乙的必要条件但不是充分条件
[C]甲是乙的充要条件
[D]甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件