科学进阶

刷课时 刷单元 刷专题 刷综合
刷基础 刷易错 刷提升 刷高考

理想树

高中必刷题®

2026—2027学年

总 主 编：杨文彬
主　　编：黄志军等

含新定义、开放题等

配 狂K重点

AI赋能，“码”上提分

AI秒批改·类题智能推
预习卡·提升学习效率
视频讲解·做题不卡壳

数学

高一①

必修 第一册 BS

首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

目录

CONTENTS

正文 答案

第一章 预备知识

§1 集合 …… (1)(155)
1.1 集合的概念与表示 …… 基础 (1)(155)
1.2 集合的基本关系 …… 基础 提升 (3)(156)
1.3 集合的基本运算 …… 基础 提升 (5)(158)
§1 综合训练 …… 能力 (7)(159)
专题 1 集合的综合问题 …… 难关 (8)(160)
§2 常用逻辑用语 …… (9)(161)
2.1 必要条件与充分条件 …… 基础 提升 (9)(161)
2.2 全称量词与存在量词 …… (12)(163)
课时 1 全称量词命题与存在量词命题 …… 基础 (12)(163)
课时 2 全称量词命题与存在量词命题的否定 …… 基础 (13)(163)
§2 综合训练 …… 能力 (14)(164)
§3 不等式 …… (15)(164)
3.1 不等式的性质 …… 基础 提升 (15)(164)
3.2 基本不等式 …… 基础 提升 (17)(166)
§3 综合训练 …… 能力 (20)(170)
专题 2 利用基本不等式求最值 …… 难关 (21)(171)
§4 一元二次函数与一元二次不等式 …… (22)(172)
4.1 一元二次函数 …… 基础 (22)(172)
4.2 一元二次不等式及其解法 …… 基础 (24)(173)
4.3 一元二次不等式的应用 …… 基础 (26)(175)
§4 综合训练 …… 能力 (27)(175)
第一章素养检测 …… 速度 (29)(176)
第一章高考强化 …… 真题 原创 (32)(179)

第二章 函数

§1 生活中的变量关系 …… 基础 (34)(180)
§2 函数 …… (35)(181)
2.1 函数概念 …… 基础 提升 (35)(181)
2.2 函数的表示法 …… 基础 提升 (38)(183)
§1, §2 综合训练 …… 能力 (41)(185)
§3 函数的单调性和最值 …… (42)(186)
课时 1 函数的单调性 …… 基础 (42)(186)
课时 2 函数的最大(小)值 …… 基础 提升 (44)(188)
§3 综合训练 …… 能力 (47)(190)
§4 函数的奇偶性与简单的幂函数 …… (48)(191)
4.1 函数的奇偶性 …… 基础 提升 (48)(191)
4.2 简单幂函数的图象和性质 …… 基础 提升 (51)(194)
§4 综合训练 …… 能力 (54)(196)
专题 3 函数的性质及应用 …… 难关 (55)(196)
第二章素养检测 …… 速度 (57)(198)
第二章高考强化 …… 真题 原创 (61)(201)

目录 CONTENTS

第三章　指数运算与指数函数

§1　指数幂的拓展 …… (63)(203)
§2　指数幂的运算性质 …… 基础　能力　(63)(203)
§3　指数函数 …… (65)(204)
3.1　指数函数的概念 ⊕ 3.2　指数函数的图象和性质 … 基础　(65)(204)
§3 综合训练 …… 能力　(67)(206)
第三章素养检测 …… 速度　(68)(207)
第三章高考强化 …… 真题　原创　(71)(209)

第四章　对数运算与对数函数

§1　对数的概念 …… 基础　(72)(210)
§2　对数的运算 …… (73)(210)
2.1　对数的运算性质 ⊕ 2.2　换底公式 …… 基础　(73)(210)
§2 综合训练 …… 能力　(74)(211)
§3　对数函数 …… (75)(212)
3.1　对数函数的概念 …… 基础　(75)(212)
3.2　对数函数 $y=\log_2 x$ 的图象和性质 ⊕ 3.3　对数函数 $y=\log_a x$ 的图象和性质 …… 基础　提升　(76)(212)
§3 综合训练 …… 能力　(80)(216)
专题4　指数函数、对数函数 …… 难关　(81)(217)
§4　指数函数、幂函数、对数函数增长的比较 …… 基础　(83)(220)
第四章素养检测 …… 速度　(84)(220)
第四章高考强化 …… 真题　原创　(87)(223)

第五章　函数应用

§1　方程解的存在性及方程的近似解 …… (89)(225)
1.1　利用函数性质判定方程解的存在性 …… 基础　提升　(89)(225)
1.2　利用二分法求方程的近似解 …… 基础　(93)(230)
§1 综合训练 …… 能力　(94)(230)
§2　实际问题中的函数模型 …… (95)(231)
2.1　实际问题的函数刻画 …… 基础　(95)(231)
2.2　用函数模型解决实际问题 …… 基础　(97)(232)
§2 综合训练 …… 能力　(99)(233)
第五章素养检测 …… 速度　(100)(233)
第五章高考强化 …… 真题　(104)(236)

第六章　统计

§1　获取数据的途径 …… (105)(237)
1.1　直接获取与间接获取数据 ⊕ 1.2　普查和抽查 ⊕ 1.3　总体和样本 …… 基础　(105)(237)
§2　抽样的基本方法 …… (106)(238)
2.1　简单随机抽样 …… 基础　(106)(238)
2.2　分层随机抽样 …… 基础　提升　(107)(238)
§1，§2 综合训练 …… 能力　(109)(239)
§3　用样本估计总体的分布 …… (110)(239)
3.1　从频数到频率 ⊕ 3.2　频率分布直方图 …… 基础　(110)(239)

目录 CONTENTS

§3 综合训练 …… 刷能力 (112)(240)
§4 用样本估计总体的数字特征 …… (113)(240)
4.1 样本的数字特征 …… 刷基础 刷提升 (113)(240)
4.2 分层随机抽样的均值与方差 ⊕ 4.3 百分位数 …… 刷基础 (116)(242)
§4 综合训练 …… 刷能力 (117)(242)
第六章素养检测 …… 刷速度 (118)(243)
第六章高考强化 …… 刷真题 刷原创 (123)(245)

第七章 概率
§1 随机现象与随机事件 …… (125)(246)
1.1 随机现象 ⊕ 1.2 样本空间 ⊕ 1.3 随机事件 …… 刷基础 (125)(246)
1.4 随机事件的运算 …… 刷基础 (126)(246)
§1 综合训练 …… 刷能力 (127)(247)
§2 古典概型 …… (128)(248)
2.1 古典概型的概率计算公式 …… 刷基础 刷提升 (128)(248)
2.2 古典概型的应用 …… 刷基础 刷提升 (131)(250)
§2 综合训练 …… 刷能力 (133)(251)
§3 频率与概率 …… 刷基础 (134)(252)
§4 事件的独立性 …… 刷基础 刷能力 (136)(253)
专题5 统计与概率的综合应用 …… 刷难关 (139)(256)
第七章素养检测 …… 刷速度 (140)(256)
第七章高考强化 …… 刷真题 刷原创 (144)(259)

第八章 数学建模活动(一)
§1 走近数学建模 …… (146)(260)
§2 数学建模的主要步骤 …… (146)(260)
§3 数学建模活动的主要过程 …… 刷基础 刷能力 (146)(260)

专练1 新定义、新情境专练 …… 刷素养 (148)(261)
专练2 开放题专练 …… 刷素养 (150)(263)
模块综合测试 …… 刷综合 (151)(263)

找深度解析
还得看



- 易错警示
63个『易错警示』，将小细节一网打尽，快收下这份360°避坑指南！
- 多种解法
27个『多种解法』，拒绝僵化，灵活领先，多种思路，多种可能。
- 链接教材
回归教材，21个『链接教材』，助你夯实基础，以不变应万变！
- 思路导引
不再纠结于繁杂过程，20个『思路导引』直击破题点和隐含条件，助你一路绿灯。
- 规律方法
天才解题可不是靠乱猜的！ 42个『规律方法』帮你找规律，有捷径才能事半功倍。
- 名师点拨
老师点一点，玄机自然显。 25个『名师点拨』，老师的专属秘笈都属于你！

前方高能！

本书亮点剧透 HIGHLIGHTS



重难专题

重难就要刷又刷

专题① 集合的综合问题 …… 8

题型1 已知集合间的关系和运算结果求参数
题型2 集合中的新定义问题
题型3 直观想象、逻辑推理、数学运算等核心素养在求解集合问题中的应用

专题② 利用基本不等式求最值 …… 21

题型1 求简单代数式的最值
题型2 利用配凑法求最值
题型3 利用“1”的代换求最值
题型4 利用消元法或换元法求最值

专题③ 函数的性质及应用 …… 55

题型1 分段函数的应用
题型2 函数的单调性、奇偶性与最值
题型3 抽象函数性质的综合

专题④ 指数函数、对数函数 …… 81

题型1 指数函数与对数函数的图象
题型2 利用指数函数、对数函数的性质比较大小
- 角度1 利用指数函数性质比较指数(式)大小
- 角度2 利用对数函数性质比较对数(式)大小
- 角度3 简单的指数、对数综合比较大小
- 角度4 利用新构造函数的单调性比较大小

题型3 应用指数函数、对数函数的性质确定参数的值或范围

专题⑤ 统计与概率的综合应用 …… 139

狂K速览

找对要点不迷茫

突破1 集合中的参数问题 P4
突破 已知集合间的运算结果求参数的值或取值范围 P10
单元高难问题1 集合中的新定义问题 P11
拓展2 掌握基本不等式求最值的5种技巧 P23
拓展2 求分段函数的函数值或自变量的方法 P42
突破1 函数单调性的应用 P49
拓展5 函数图象的对称性 P55
突破 抽象函数的奇偶性与单调性 P56
单元高难问题3 函数恒成立问题和能成立问题 P61
拓展1 指数函数 $y=a^x(a>0,a\neq1)$ 常见的图象变换 P68
拓展3 比较对数式的大小 P79
突破2 与指数函数有关的复合函数的定义域、值域、单调性 P71
拓展2 求对数型函数的值域或最值的4种常用方法 P78

素养凝练

助你拓宽新思路

高考新动向 · 科技前沿、创新情境

机器人任务优化中的笛卡尔积的应用 …… P8 第3题
糖水不等式的理解与应用 …… P16 第8题
5G通信编码的矩阵运算与函数性质的综合 …… P50 第4题
AI大模型训练效率的分析 …… P59 第17题
牛顿三叉戟曲线性质的研究 …… P60 第19题
量子计算机的量子比特数量的计算 …… P74 第4题
手机低电量模式下的使用时间估计 …… P84 第5题
人工智能大模型算力的估计 …… P97 第4题
人工智能模型总迭代次数的估计 …… P97 第5题
人工智能大语言训练模型的训练数据量与训练时间的关系 …… P104 第6题

高考新动向 · 模块融合

集合的关系与幂函数图象的综合 …… P53 第 6 题

幂函数与一次函数、基本不等式的综合 …… P54 第 5 题

投掷骰子的点数与不等式的综合 …… P127 第 6 题

投掷立方体确定的点落在抛物线上的概率 …… P130 第 5 题

对数的计算与概率的综合 …… P133 第 5 题

取整函数与一元二次不等式、充分必要条件的综合 …… P150 第 1 题

高考新动向 · 新定义

集合的容量与奇、偶子集个数的计算 …… P4 第 8 题

新定义性质 G 的理解与应用 …… P31 第 19 题

“Ω 函数”的理解与应用 …… P41 第 5 题

“有界函数”的理解与判断 …… P47 第 7 题

已知函数的“稳定区间”求参数的取值范围 …… P68 第 8 题

“减半函数”的理解与应用 …… P80 第 7 题

“零点相近函数”的理解与应用 …… P103 第 19 题

强基计划

【厦门大学 2024 强基计划】判定满足条件的集合 …… P2 第 19 题

【南京大学 2024 强基计划】判断集合中元素的个数 …… P2 第 20 题

【2023 全国高中数学联赛北京赛区预赛】集合的特殊子集中元素个数的最大值 …… P4 第 10 题

【2025 全国中学生数学奥林匹克竞赛（预赛）】判断两集合交集的元素个数 …… P6 第 9 题

【清华大学 2025 强基计划】已知条件不等式求代数式的最值 …… P19 第 10 题

【北京大学 2025 强基计划】求代数式的最值 …… P19 第 11 题

【2026 中国科学技术大学少年班创新班入围考】根据不等式恒成立求参数范围 …… P28 第 12 题

【北京大学 2025 强基计划】求含参函数的函数值 …… P37 第 9 题

【中国科学技术大学 2024 强基计划】抽象函数求值 …… P40 第 9 题

【2026 中国科学技术大学少年班创新班入围考】根据二次函数定义域、值域求参数范围 …… P46 第 7 题

【西安交通大学 2025 强基计划】求函数的最小值 …… P56 第 11 题

【厦门大学 2024 强基计划】对数运算求值 …… P74 第 11 题

【2025 中国科学技术大学少年班创新班入围考】根据对数方程解的情况求参数范围 …… P79 第 17 题

【上海交通大学 2023 强基计划】比较对数的大小 …… P80 第 9 题

【清华大学 2024 强基计划】利用函数单调性及不等式的性质比较大小 …… P92 第 15 题

【中国科学技术大学 2025 强基计划】求方程实数解的个数 …… P92 第 16 题

【清华大学 2024 强基计划】根据复合函数零点情况求代数式的最值 …… P94 第 7 题

【厦门大学 2024 强基计划】概率的计算 …… P132 第 8 题

第一章 预备知识

§1 集合

1.1 集合的概念与表示

视频讲解 拍照批改

刷基础

答案 P155

题型 1 集合的含义与元素的特征

1. [山东济南 2026[必] 高一期中] 下列各组对象中,能构成集合的是 ( )

A. 班级里成绩好的同学

B. 喜欢运动的人

C. 小于 5 的正整数

D. $\sqrt{3}$的所有近似值

2. [湖南部分学校 2025 高一联考] 集合 $A=\{a,b,c\}$中的三个元素表示某一个三角形的三边长度,那么这个三角形一定不是 ( )

A. 等腰三角形　　B. 锐角三角形

C. 直角三角形　　D. 钝角三角形

3. [河南南阳 2025 高一开学考] 由实数 $x,-x,|x|,\sqrt{x^2},(\sqrt{x^2})^2,-\sqrt[3]{x^3}$所组成的集合,最多可含有的元素个数为 ( )

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

题型 2 元素与集合的关系

4. [吉林长春东北师大附中 2026 高一月考] 下列所给四个关系中:①$2\in\mathbf{R}$;②$\sqrt{2}\in\mathbf{Z}$;③$0\in\mathbf{N}$;④$|-\sqrt{3}|\in\mathbf{Q}$,正确的个数为 ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. 教材变式 [广东揭阳 2026 高一期中] 已知集合 $A=\{\sqrt{2}m+\sqrt{3}\mid m\in\mathbf{Z}\}$,则 ( )

A. $\sqrt{2}\in A$　　B. $\sqrt{2}+\sqrt{3}\notin A$

C. $\sqrt{3}\in A$　　D. $\sqrt{3}-\sqrt{2}\notin A$

6. [江西宜春高安中学 2026 高一段考] 已知集合 $A=\{a-2,a^2+4a,12\}$,且$-3\in A$,则 a 等于 ( )

A. -3 或 -1　　B. -3

C. 1　　D. 3

7. (多选) 已知 x,y,z 为非零实数,代数式$\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{z}{|z|}+\frac{xyz}{|xyz|}$的值所组成的集合是 M,则下列判断正确的是 ( )

A. $4\in M$　　B. $2\in M$

C. $0\in M$　　D. $-4\in M$

8. 设集合 $A=\{x\mid 3x-1-m<0\}$. 若 $1\in A$,则实数 m 的取值范围是_____.

9. [北京人大附中 2026 高一月考] 已知集合 $A=\{x\mid ax^2+x-6=0\}$.

(1)若 $3\in A$,求实数 a 的值;

(2)若集合 A 中至少有一个元素,求实数 a 的取值范围.

注:2025 表示 2024~2025 学年,2026 表示 2025~2026 学年.

题型3　集合的表示方法

10. [陕西西安交大附中2026高一月考]集合$\{x\in\mathbf{N}|x-2<2\}$用列举法表示是　(　)

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{1,2,3,4\}$

C. $\{0,1,2,3,4\}$　　D. $\{0,1,2,3\}$

11. [江西南昌2026高一月考]下列集合的表示正确的是　(　)

A. 自然数集可表示为$\mathbf{N}$

B. 由1,2,3,1,4构成的集合是$\{1,2,3,1,4\}$

C. 满足$-2\leqslant x<1$的实数x构成的集合是$\{-2\leqslant x<1\}$

D. 二次函数$y=-x^2+1$图象上的所有点的坐标构成的集合是$\{y|y=-x^2+1\}$

12. [河南安阳2026高一联考]设集合$A=\{1,9\}$,$B=\{x|x^2\in A\}$,则B中的元素个数最多为　(　)

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

13. 教材变式 选择适当的方法表示下列集合:

(1)不小于1且不大于17的质数组成的集合A;

(2)所有正奇数组成的集合B;

(3)绝对值不大于3的所有整数组成的集合C.

题型4　空集与集合的区间表示

14. 下列四个集合中,是空集的是　(　)

A. $\{x|x+3=3\}$

B. $\{(x,y)|y^2=-x^2,x,y\in\mathbf{R}\}$

C. $\{x|x^2\leqslant 0\}$

D. $\{x|x^2-x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$

15. 集合$\{x|2x+1\geqslant 5\}$表示成区间是　(　)

A. $(2,+\infty)$　　B. $[2,+\infty)$

C. $(-\infty,2)$　　D. $(-\infty,2]$

刷易错

易错点1　忽略集合中元素的互异性而致错

16. [河北保定2026高一月考]若$a\in\{-1,a^3\}$,则实数a的取值集合为_____.

易错点2　不能正确理解集合的表示方法而致错

17. (多选)给出下列说法,其中正确的是　(　)

A. 集合$\{x\in\mathbf{N}|x^3=x\}$用列举法表示为$\{0,1\}$

B. 实数集可以表示为$\{x|x$为所有实数$\}$或$\{\mathbf{R}\}$

C. 方程组$\begin{cases}x+y=0,\\x-y=-1\end{cases}$的解组成的集合为$\left\{x=-\frac{1}{2},y=\frac{1}{2}\right\}$

D. 方程$(x-2)^2+(y+3)^2=0$的所有解组成的集合为$\{(2,-3)\}$

18. 用列举法表示集合$\left\{\frac{6}{9-x}\in\mathbf{N}\,\middle|\,x\in\mathbf{N}\right\}$的结果为_____.

刷素养

19. [厦门大学2024强基计划]以下数集与自然数集等势的是　(　)

注:若存在从集合A到集合B的一一对应,则称A与B等势.

A. 实数集　　B. 整数集

C. 无理数集　　D. 以上均是

20. [南京大学2024强基计划]集合$S=\{n\in\mathbf{N}_+|1\leqslant n\leqslant 150,n^2-1$为120的倍数$\}$,则$S$的元素个数为_____.

1.2　集合的基本关系

视频讲解　拍照批改　答案 P156

刷基础

题型 1　子集、真子集的概念

1. **(多选)** [江西宜春 2025 高一段考] 下列说法中,正确的有 (　　)

A. 空集是任何集合的真子集

B. 若 $A\subsetneq B$,$B\subsetneq C$,则 $A\subsetneq C$

C. 任何一个集合必有两个或两个以上的真子集

D. 若不属于 B 的元素一定不属于 A,则 $A\subseteq B$

2. 已知集合 $A=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{N}\}$,$B=\{x\mid x=4k,k\in\mathbf{N}\}$,则 A 与 B 的关系为 (　　)

A. $A\subseteq B$　　B. $B\in A$

C. $B\subseteq A$　　D. $A=B$

3. 教材变式 [山东省实验中学 2026 高一期中] 已知集合 $A=\{x\mid x<-3$ 或 $x>-1\}$,$B=\{x\mid -1<x<0\}$,则 (　　)

A. $A>B$　　B. $A\subsetneq B$

C. $B\subsetneq A$　　D. $A<B$

4. [河南南阳 2026 期中] 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid -4<x^3<9\}$,则 A 的子集的个数为 (　　)

A. 4　　B. 8

C. 16　　D. 32

题型 2　根据集合的关系求参数

5. [天津红桥区 2026 高一期中] 已知集合 $A=\{0,1\}$,$B=\{-1,0,a+3\}$,$A\subseteq B$,则 $a=$ (　　)

A. 0　　B. 1　　C. −1　　D. −2

6. [安徽蚌埠多校 2026 高一联考] 设集合 $A=\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$,$B=\{x\mid x<a\}$,若 $A\subseteq B$,则实数 a 的取值范围是 (　　)

A. $\{a\mid a\geqslant 2\}$　　B. $\{a\mid a>2\}$

C. $\{a\mid a\geqslant 1\}$　　D. $\{a\mid a\leqslant 2\}$

7. [江苏常州 2026 高一段考] 若集合 $A=\{x\mid mx^2-4x+2=0\}$ 有 2 个子集,则实数 m 的值为 (　　)

A. 1　　B. 2

C. 0 或 2　　D. 1 或 2

题型 3　集合的相等

8. **(多选)** [陕西汉中 2026 高一期中] 下面表示同一个集合的是 (　　)

A. $P=\{x\mid x^2-1=0,x\in\mathbf{R}\}$,$Q=\{x\mid |x|=1,x\in\mathbf{R}\}$

B. $P=\{(2,5)\}$,$Q=\{(5,2)\}$

C. $P=\{2,5\}$,$Q=\{5,2\}$

D. $P=\{x\mid x=2m+1,m\in\mathbf{Z}\}$,$Q=\{x\mid x=2m-1,m\in\mathbf{Z}\}$

9. [广东佛山一中 2026 高一质检] 设 $a,b\in\mathbf{R}$,集合 $A=\{1,a,b\}$,$B=\{a,a^2,ab\}$,若 $A=B$,则 $a^{2\,023}-b^{2\,023}$ 的值为_____.

刷易错

易错点 1　混淆元素与集合、集合与集合之间的关系而致错

10. [黑龙江省实验中学 2026 高一月考] 下列表示正确的是 (　　)

A. $a\subseteq\{a\}$　　B. $\pi\in\mathbf{Q}$

C. $\varnothing\subseteq\{0\}$　　D. $\{0\}=\varnothing$

易错点 2　忽略对空集的讨论而致错

11. [辽宁沈阳东北育才学校 2025 高一月考] 已知集合 $A=\{x\mid x<-1$ 或 $x\geqslant 3\}$,$B=\{x\mid ax+1\leqslant 0\}$,若 $B\subseteq A$,则实数 a 的取值范围是 (　　)

A. $\left\{a\mid -\frac{1}{3}\leqslant a<1\right\}$

B. $\left\{a\mid -\frac{1}{3}<a\leqslant 1\right\}$

C. $\{a\mid a<-1$ 或 $a\geqslant 0\}$

D. $\left\{a\mid -\frac{1}{3}\leqslant a<1$ 且 $a\neq 0\right\}$

易错点 3　忽略端点的取值情况而致错

12. [江西南昌 2026 高一月考] 已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$,$B=\{x\mid m-1\leqslant x\leqslant 2m+1\}$,若 B 为 A 的真子集,则实数 m 的取值范围是 (　　)

A. $\{m\mid -1\leqslant m\leqslant 2\}$　　B. $\{m\mid m\leqslant 2\}$

C. $\{m\mid m\leqslant 3\}$　　D. $\{m\mid m<-2$ 或 $-1\leqslant m\leqslant 2\}$

刷提升 必刷题型
- ▸判断集合关系 1,3,4,6(狂 K-P4 拓展 4)
- ▸由集合关系求参数 2,9(狂 K-P4 突破 1)
- ▸子集的个数 5,7(狂 K-P4 拓展 3)
- ▸集合中的新定义问题 8(狂 K-P11 高难 1)

答案 P157

1. [黑龙江哈尔滨 2025 高一期末]若 $A=\{x\mid x^2=x\}$,则下列说法正确的是 ( )

A. $\{\varnothing\}\subseteq A$　　B. $\{1\}=A$

C. $\{-1,1\}\subseteq A$　　D. $\{0\}\subseteq A$

2. 设集合 $A=\{x\mid -1<x<1\}$,$B=\{x\mid x-a>0\}$. 若 $A\subseteq B$,则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $\{a\mid a\geqslant 1\}$　　B. $\{a\mid a>1\}$

C. $\{a\mid a<-1\}$　　D. $\{a\mid a\leqslant -1\}$

3. **(多选)**[江西赣州 2026 高一期中]下列说法正确的是 ( )

A. 集合$\{2,4,6\}$的非空真子集的个数为 6

B. $\{x\mid x$ 是菱形$\}\in\{x\mid x$ 是正方形$\}$

C. 若 $M=\{x\mid x=3n+1,n\in\mathbf{Z}\}$,$N=\{x\mid x=3n-2,n\in\mathbf{Z}\}$,则 $M=N$

D. $\varnothing\subseteq\{x\mid x^2+1=0,x\in\mathbf{R}\}$

4. [山东泰安一中 2025 高一月考]下列每组集合是相等集合的是 ( )

A. $A=\{x\in\mathbf{N}\mid |x|\leqslant 2\}$,$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid |x|\leqslant 2\}$

B. $A=\{(x,y)\mid y=x\}$,$B=\{x\mid y=x\}$

C. $A=\{x\mid y=x\}$,$B=\left\{x\,\middle|\, y=\dfrac{x^2}{x}\right\}$

D. $A=\{x\mid x>0\}$,$B=\{y\mid y>0\}$

5. [河北唐山一中等校 2026 高一期中]已知集合 A 满足 $\{1,2\}\subsetneq A\subseteq\{1,2,3,4,5\}$,则满足条件的集合 A 的个数为 ( )

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 7

6. [四川成都七中 2026 高一月考]若集合 $A=\left\{x\,\middle|\, x=m+\dfrac{1}{6},m\in\mathbf{Z}\right\}$,$B=\left\{x\,\middle|\, x=\dfrac{n}{2}-\dfrac{1}{3},n\in\mathbf{Z}\right\}$,$C=\left\{x\,\middle|\, x=\dfrac{p}{2}+\dfrac{1}{6},p\in\mathbf{Z}\right\}$,则 A,B,C 之间的关系是 ( )

A. $A=B=C$　　B. $A\subseteq B=C$

C. $B=C\subseteq A$　　D. $B\subseteq C=A$

7. 已知整数集合 $M=\{m\mid$ 关于 x 的方程 $x^2+mx-36=0$ 有整数解$\}$,集合 A 满足条件:①$\varnothing\subsetneq A\subseteq M$;②若 $a\in A$,则 $-a\in A$. 则所有这样的集合 A 的个数为_____.

8. [江苏无锡 2026 高一质检]设集合 $U=\{1,2,\cdots,n\}$,若 $A\subseteq U$,将 A 中所有数的和记为 A 的容量(若 A 为空集,规定 A 的容量为 0),若 A 的容量为奇(偶)数,则称 A 为 U 的奇(偶)子集.

(1)若 $U=\{1,2,3\}$,则 U 的奇子集个数为_____;

(2)当 $U=\{1,2,\cdots,n\}$ 时,U 的偶子集个数为_____.(用 n 表示)

9. [吉林长春七中 2026 高一期中]已知集合 $A=\{-1,4\}$,$B=\{x\mid x^2+ax+b=0\}$,$C=\{x\mid mx-1=0\}$.

(1)若 $A=B$,求 a,b;

(2)若 $C\subseteq A$,求实数 m 的取值集合.



刷素养

10. [2023 全国高中数学联赛北京赛区预赛]S 是集合$\{1,2,\cdots,2\,023\}$的子集,满足任意 2 个元素的平方和不是 9 的倍数,则 $|S|$ 的最大值是_____(这里 $|S|$ 表示 S 的元素个数).

高中
必刷题®

理想树

答案及解析

数学

必修 第一册 BS



- 1101 道题逐一详析——每个步骤，都有迹可循。
- 164 个批注式解析，定位点出解题关键。
- 258 个规律方法、链接教材、二级结论、易错警示等栏目拆解重难点，从“会做一道题”到“通晓一类题”。

扫码对答案

努力的样子有很多种，每一种都是朝梦想更进一步

第一章　预备知识

§1　集合

1.1　集合的概念与表示

刷基础

1. C　【解析】对于A，“成绩好”没有具体的标准，所以班级里成绩好的同学是不确定的，故班级里成绩好的同学不能构成集合，故A不符合题意；
对于B，“喜欢运动”没有明确的标准，所以喜欢运动的人是不确定的，故喜欢运动的人不能构成集合，故B不符合题意；
对于C，小于5的正整数是确定的，故小于5的正整数能构成集合，故C符合题意；
对于D，$\sqrt{3}$的所有近似值，根据近似值的标准不一样得到的近似值不一样，因此对象不确定，故不能构成集合，故D不符合题意. 故选C.

规律方法　判断一组对象能否构成集合的关键是该组对象是否唯一确定，即是否能找到一个明确的标准，确定任意一个对象是不是给定集合中的元素.

2. A　【解析】根据集合中元素的互异性得$a\neq b, b\neq c, a\neq c$，故这个三角形一定不是等腰三角形. 故选A.

3. B　【解析】由题意，$\sqrt{x^2}$，$(\sqrt{x^2})^2$，$-\sqrt[3]{x^3}$可分别化为$|x|$，x^2，$-x$，所以由实数x，$-x$，$|x|$，$\sqrt{x^2}$，$(\sqrt{x^2})^2$，$-\sqrt[3]{x^3}$所组成的集合最多可含有3个元素，分别为x，$-x$，x^2，此时$x\neq\pm1$且$x\neq0$. 故选B.

名师点拨　集合中的元素满足互异性，相同的元素只能有一个.

4. B　【解析】2是实数，故①正确；$\sqrt{2}$不是整数，故②错误；0是自然数，故③正确；$|-\sqrt{3}|$不是有理数，故④错误. 故选B.

5. C　【解析】对于A选项，若$\sqrt{2}\in A$，则$\sqrt{2}=\sqrt{2}m+\sqrt{3}$，可得$m=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=1-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\notin\mathbf{Z}$，所以$\sqrt{2}\notin A$，A错误；对于B选项，$\sqrt{2}\times1+\sqrt{3}\in A$，B错误；对于C选项，$\sqrt{3}=\sqrt{2}\times0+\sqrt{3}\in A$，C正确；对于D选项，$\sqrt{3}-\sqrt{2}=\sqrt{2}\times(-1)+\sqrt{3}\in A$，D错误. 故选C.

链接教材　本题是教材第5页练习第2题的延伸与拓展. 判断元素与集合关系的两种方法是：
(1)直接法：如果集合中的元素是直接给出的，只要判断该元素在已知集合中是否出现即可.
(2)推理法：对于一些没有直接给出元素的集合，只要判断该元素是否满足集合中元素所具有的特征即可.

6. B　【解析】因为集合$A=\{a-2, a^2+4a, 12\}$，且$-3\in A$，
所以$a-2=-3$或$a^2+4a=-3$，所以$a=-1$或$a=-3$.
当$a=-1$时，$a-2=a^2+4a$，不满足集合中元素的互异性，舍去；
当$a=-3$时，$A=\{-5,-3,12\}$，符合题意. 故选B.

7. ACD　【解析】根据题意，分4种情况讨论：
①当x, y, z全部为负数时，xyz也为负数，则$\dfrac{x}{|x|}+\dfrac{y}{|y|}+\dfrac{z}{|z|}+\dfrac{xyz}{|xyz|}=-4$；
②当x, y, z中有一个负数时，xyz为负数，则$\dfrac{x}{|x|}+\dfrac{y}{|y|}+\dfrac{z}{|z|}+\dfrac{xyz}{|xyz|}=0$；
③当x, y, z中有两个负数时，xyz为正数，则$\dfrac{x}{|x|}+\dfrac{y}{|y|}+\dfrac{z}{|z|}+\dfrac{xyz}{|xyz|}=0$；
④当x, y, z全部为正数时，xyz也为正数，则$\dfrac{x}{|x|}+\dfrac{y}{|y|}+\dfrac{z}{|z|}+\dfrac{xyz}{|xyz|}=4$.
则$M=\{4,0,-4\}$，分析选项可得ACD符合. 故选ACD.

8. $\{m|m>2\}$　【解析】因为$1\in A$，所以$3-1-m<0$，解得$m>2$，所以实数m的取值范围为$\{m|m>2\}$.

9. 【解】(1)因为$3\in A$，所以$a\times3^2+3-6=0$，解得$a=\dfrac{1}{3}$.
(2)①当$a=0$时，方程$ax^2+x-6=0$为$x-6=0$，解得$x=6$，此时集合A中只有一个元素6，符合题意；
②当$a\neq0$时，若集合A中至少有一个元素，则一元二次方程$ax^2+x-6=0$有解，
即$\Delta=1^2-4a\times(-6)=1+24a\geqslant0$，解得$a\geqslant-\dfrac{1}{24}$且$a\neq0$.
综上所述，实数a的取值范围为$\left\{a\middle|a\geqslant-\dfrac{1}{24}\right\}$.
避坑：不要忘记讨论$a=0$的情况

10. D　【解析】$\{x\in\mathbf{N}|x-2<2\}=\{x\in\mathbf{N}|x<4\}=\{0,1,2,3\}$. 故选D.

11. A　【解析】对于A选项，自然数集可表示为$\mathbf{N}$，A正确；
对于B选项，由1,2,3,1,4构成的集合是$\{1,2,3,4\}$，B错误；
对于C选项，满足$-2\leqslant x<1$的实数x构成的集合是$\{x|-2\leqslant x<1\}$，C错误；
对于D选项，二次函数$y=-x^2+1$图象上的所有点的坐标构成的集合是$\{(x,y)|y=-x^2+1\}$，D错误.
故选A.

12. C　【解析】∵$A=\{1,9\}$，$B=\{x|x^2\in A\}$，∴$x^2=1$或$x^2=9$，解得$x=\pm1$或$x=\pm3$，∴B中最多有4个元素，$B=\{-3,-1,1,3\}$. 故选C.

13. 【解】(1)不小于1且不大于17的质数有2,3,5,7,11,13,17，用列举法表示：$A=\{2,3,5,7,11,13,17\}$.
(2)所有正奇数有无数个，用描述法表示：$B=\{x|x=2k+1, k\in\mathbf{N}\}$.
(3)绝对值不大于3的所有整数只有$-3,-2,-1,0,1,2,3$，用列举法表示：$C=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$.

链接教材　本题是教材第3页例1、例2的同类试题，考查集合的表示与方法的选取. 选择集合表示方法的技巧：
如果集合中的元素比较少或所含元素不易表述，宜用列举法；如果集合中的元素比较多或有无限个元素，宜用描述法. 如果集合中元素所具有的属性比较明显，既可以用列举法，也可以用描述法. 例如，大于或等于1且小于或等于5的自然数，用列举法表示为$\{1,2,3,4,5\}$，用描述法表示为$\{x\in\mathbf{N}|1\leqslant x\leqslant5\}$.

14. D　【解析】选项A，$\{x|x+3=3\}=\{0\}$，不是空集，故A错误；选项B，集合$\{(x,y)|y^2=-x^2, x,y\in\mathbf{R}\}=\{(0,0)\}$，不是空集，故B错误；选项C，$\{x|x^2\leqslant0\}=\{0\}$，不是空集，故C错误；选项D，∵$x^2-x+1=0$，$\Delta=1-4=-3<0$，∴方程无实数解，∴$\{x|x^2-x+1=0, x\in\mathbf{R}\}=\varnothing$，故D正确. 故选D.

15. B　【解析】由$2x+1\geqslant5$得$x\geqslant2$，表示成区间是$[2,+\infty)$，故选B.

归纳总结　(1)用区间表示数集的原则：①数集是连续的；②左小右大；③区间的一端是开或闭不能弄错. (2)用区间表示数集的方法：区间符号里面的两个数字(或字母)之间用“,”隔开. (3)用数轴表示区间时，要特别注意实心点与空心点的区别.

刷易错

★易错点1　忽略集合中元素的互异性而致错

16. $\{0,1\}$　【解析】$a\in\{-1,a^3\}$，则当$a=-1$时，$a^3=-1$，不满足集合中元素的互异性，舍去.
当$a=a^3$，即$a(a-1)(a+1)=0$时，解得$a=0$或$a=1$或$a=-1$(舍去)，
当$a=0$时，$\{-1,a^3\}=\{-1,0\}$，符合要求；
当$a=1$时，$\{-1,a^3\}=\{-1,1\}$，符合要求.
故实数a的取值集合为$\{0,1\}$.

理想树

配套《高中必刷题》 把知识变成常识

狂K重点



数学

必修 第一册 BS

学霸过三关

基础深·拓展实·疑难清

目录

CONTENTS



第一章 预备知识

1 集合的概念与表示，集合的基本关系 …… (1)

2 集合的基本运算 …… (7)

单元高难问题 1：集合中的新定义问题 …… (11)

3 必要条件与充分条件 …… (12)

4 全称量词与存在量词 …… (16)

5 不等式的性质 …… (18)

6 基本不等式 …… (22)

7 一元二次函数与一元二次不等式 …… (28)

第二章 函 数

8 生活中的变量关系与函数概念 …… (34)

9 函数的表示法 …… (40)

10 函数的单调性和最值 …… (44)

11 函数的奇偶性 …… (52)

12 简单幂函数的图象和性质 …… (57)

单元高难问题 2：对勾函数的图象与性质 …… (60)

单元高难问题 3：函数恒成立问题和能成立问题 …… (61)

第三章 指数运算与指数函数

13 指数幂的拓展与运算性质 …… (64)

14 指数函数 …… (66)

第四章 对数运算与对数函数

15 对数的概念与运算 …… (73)

16 对数函数 …… (76)

第五章 函数应用

17 方程解的存在性及方程的近似解 …… (83)

18 实际问题中的函数模型 …… (87)

单元高难问题 4：复合函数的零点 …… (91)

第六章 统 计

19 获取数据的途径与抽样的基本方法 …… (93)

20 用样本估计总体 …… (97)

第七章 概 率

21 随机现象与随机事件 …… (105)

22 古典概型 …… (108)

23 频率与概率，事件的独立性 …… (113)

当我用狂K时，我能用到什么？

知识全全get，重难拳拳K.O

- **基础深**：全课时知识深层梳理，从预习到复习，基础稳扎稳打，体系了然于心。
- **拓展实**：81 个解题技巧尽数奉上，常看多练才能刻入 DNA，试试升级刷题思路吧！
- **疑难清**：高难问题也抵不住高能思维，28 个方法打破学习瓶颈，多方位突围疑难！

第一章 预备知识

若你决定灿烂，山无遮，海无拦。



1 集合的概念与表示，集合的基本关系

敲黑板

1. 集合的含义与表示

(1) **集合的含义**：指定的某些对象的全体.

(2) **元素与集合的关系**：$\begin{cases} a \in A, \\ a \notin A. \end{cases}$ → 判断集合的关键

(3) **集合中元素的特性**：确定性；互异性；无序性. → 求得集合中参数的值后需要代入检验互异性

(4) **集合的表示方法**：列举法；描述法；Venn 图法.

2. 集合间的基本关系

(1) **子集** $A \subseteq B$：集合 A 中的任何一个元素都属于集合 B. → 即所有

(2) **集合相等** $A=B$：$A \subseteq B$，且 $B \subseteq A$.

(3) **真子集** $A \subsetneq B$：$A \subseteq B$，且 $A \neq B$. → 若 A, B 是有限集，则 A 中元素个数少于 B 中元素个数

(4) **空集** $\varnothing$：不含任何元素的集合. 规定：空集是任何集合的子集.

知识深层理解

印象笔记

问题1 集合是什么？ 如何判断一个“全体”是集合？

提示 集合是数学中最基本的概念，它表示某些确定元素组成的总体. 这是一个抽象的概念，不是一个明确的具体定义，所以对于集合我们只能判断某个对象“是”或“不是”集合的元素，有什么特征，而不定义集合具体是什么.

判断一个“全体”是否能构成一个集合，关键是看组成这个“全体”的对象是否确定. 例如“我国著名的演员”不能构成一个集合，因为“著名”难界定，但是“获得过百花奖的演员”能构成一个集合.

◀集合是不加定义的数学术语，例如，下图中牧民所有的羊就构成了一个集合.



问题2 集合中元素的特性是什么？ 如何理解？

提示 ❶ **确定性**. 集合中的元素必须是确定的，判断集合时，若条件涉及主观评价，则通常不满足确定性；若涉及客观标准，则满足确定性. 例如“班上身高高于一米七的同学”是确定的，构成一个集合；而“班上个子高的同学”无法确定，不能构成集合.

❷ **互异性**. 集合中的元素一定是互不相同的或者说一个集合中不能出现相同的

◀集合中的元素，必须具备确定性、互异性、无序性. 反过来，一组对象若不具备这三个特性，则这组对象也就不能构成集合.

元素. 这个性质在应用集合中元素的特性求参数时常用到. 例如集合$\{m,n\}$中的元素是方程$ax^2+bx+c=0$的根,那么可知$a\neq0$,且$\Delta=b^2-4ac>0$.

印象笔记

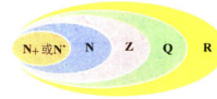
❸**无序性**. 集合中的元素不讨论顺序. 例如$\{1,3,5\}$与$\{5,3,1\}$是同一个集合.

问题3 常用的数集有哪些? 它们之间有什么关系?

提示 常用的数集有:

自然数集$\mathbf{N}$;正整数集$\mathbf{N}_+$或$\mathbf{N}^*$;整数集$\mathbf{Z}$;有理数集$\mathbf{Q}$;实数集$\mathbf{R}$;正实数集$\mathbf{R}_+$.

它们的关系如图所示.



N比N*只多一个元素0

◀$\mathbf{N},\mathbf{Z},\mathbf{Q},\mathbf{R}$等本身就表示集合,使用时不必再加"{ }". 因为"{ }"包含"所有""全体"等含义.

问题4 如何选择适当的方法表示集合?

提示 列举法可以看清集合的元素,当集合含元素较少或所含元素不易表述时,可选用列举法,如集合$\{x^2,3x-2,x^2+y^2\}$.

描述法可以看清集合元素的特征,当集合含有较多元素或无数多个元素(尤其无限集)时宜用描述法,如集合$\{1\ 000\text{以内的质数}\}$,集合$\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$等.

问题5 子集、真子集、集合相等的关系怎样归纳?

提示 ❶**子集**:若A是B的子集,即$A\subseteq B$,则A必须符合以下条件:A中的元素都是B中的元素(若A,B为有限集,则$\text{card}(A)\leqslant\text{card}(B)$).

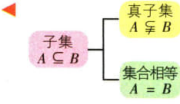
❷**真子集**:若A是B的真子集,即$A\subsetneq B$,则A必须符合以下条件:A中的元素必须在B内且B中存在不在A内的元素(若A,B为有限集,则$\text{card}(A)\leqslant\text{card}(B)-1$),集合$A$是集合$B$的真子集的前提是集合$A$是集合$B$的子集.

❸**集合相等**:若集合A和B相等,则它们所含元素完全相同,与顺序无关. 在具体问题中,要注意检验,排除不满足集合元素的互异性或与已知相矛盾的情形. 若$A\subseteq B$,同时$B\subseteq A$,则$A=B$,判断集合相等时可通过判断A是B的子集,并且B是A的子集而得到.

特别地,当A与B为有限集时,若$A\subseteq B$且$\text{card}(A)=\text{card}(B)$,则$A=B$.

◀card表示有限集合中元素的个数.

◀



◀**子集、真子集的性质**

(1)**反身性**:任何一个集合是它自身的子集,即$A\subseteq A$.

(2)**传递性**:①对于集合A,B,C,由$A\subseteq B,B\subseteq C$,可得$A\subseteq C$;

②对于集合A,B,C,由$A\subsetneq B,B\subsetneq C$,可得$A\subsetneq C$.

问题6 如何理解空集? ∅与{0},0,{∅}有什么关系?

提示 空集是不含有任何元素的集合,且规定$\varnothing\subseteq\varnothing$,任何时候$x\in\varnothing$都不成立,$x\notin\varnothing$是恒成立的.

对比维度	∅	{0}	{∅}
元素类型	无元素	一个数,是0	一个符号
与0的关系	$0\notin\varnothing$	$0\in\{0\}$	$0\notin\{\varnothing\}$
与∅的关系	$\varnothing\subseteq\varnothing$	$\varnothing\subseteq\{0\}$	$\varnothing\in\{\varnothing\}$,且$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$

印象笔记

问题7 数集如何用区间表示?

设 $a,b\in\mathbf{R}$,且 $a<b$.

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$	闭区间	$[a,b]$	
$\{x\mid a<x<b\}$	开区间	(a,b)	
$\{x\mid a\leqslant x<b\}$	半开半闭区间	$[a,b)$	
$\{x\mid a<x\leqslant b\}$	半开半闭区间	$(a,b]$	

◀区间实质上是一类特殊数集(部分实数组成的集合)的符号表示. 区间表示实数集的几何原则:连续的数集,左端点必须小于右端点,小括号表示开,中括号表示闭,开或闭不能混淆.

问题8 区间是数集的另一种表示方法,那么任何数集都能用区间表示吗?“∞”是数吗? 如何正确使用“∞”?

提示 不是任何数集都能用区间表示,如集合$\{0\}$就不能用区间表示. “∞”读作“无穷大”,是一个符号,不是数. 以“$-\infty$”或“$+\infty$”作为区间的一端时,这一端必须是小括号.

无穷区间的表示

定义	$\{x\mid x\geqslant a\}$	$\{x\mid x>a\}$	$\{x\mid x<a\}$	$\{x\mid x\leqslant a\}$	$\mathbf{R}$
符号	$[a,+\infty)$	$(a,+\infty)$	$(-\infty,a)$	$(-\infty,a]$	$(-\infty,+\infty)$

应试拓展注意

拓展1 判断元素与集合关系的注意点

识别集合的含义

❶**看代表元素**. 例如$\{x\mid p(x)\}$表示数集,$\{(x,y)\mid p(x,y)\}$表示点集,$\{p(x)\}$表示只含一个式子的集合.

❷**看条件**. 例如,$\{x\mid y=x^2+3\}$表示使$y=x^2+3$有意义的x的取值范围,因此$\{x\mid y=x^2+3\}=\mathbf{R}$;$\{y\mid y=x^2+3\}$表示使$y=x^2+3$有意义的$y$的取值范围,因此$\{y\mid y=x^2+3\}=\{y\mid y\geqslant 3\}$;$\{(x,y)\mid y=x^2+3\}$是满足$y=x^2+3$的点的集合,即$y=x^2+3$图象上的点的集合.

明确集合与元素的区别

集合是某些确定的对象构成的总体,对象称为元素,所以元素和集合是两个完全不同的概念. 例如a与$\{a\}$是完全不同的,$\{a\}$表示一个集合,这个集合由一个元素a构成,a是集合$\{a\}$中的一个元素. 集合也可以作为元素,如集合$\{\{a\},\{b\}\}$中,$\{a\}$是其中的一个元素. 特别地,0与$\{0\}$是不同的.

◀

元素与集合的关系	
属于	$\in$
不属于	$\notin$

集合与集合的关系	
包含	$\subseteq$或$\supseteq$
真包含	$\subsetneq$或$\supsetneq$
相等	$=$

注意符号“$\in$”与“$\subseteq$”的区别,“$\in$”只能用于元素与集合之间,如$0\in\mathbf{N}$,不能写成$\{0\}\in\mathbf{N}$;“$\subseteq$”只能用于集合与集合之间,如$\{0\}\subseteq\mathbf{N}$,不能写成$0\subseteq\mathbf{N}$.

拓展2 空集对集合关系的影响

❶虽然空集不含有任何元素,但在研究集合关系时却是最活跃的集合. 空集是任何集合的子集,即$\varnothing\subseteq A$,其中“任何集合”当然也包括了$\varnothing$,故会出现$\varnothing\subseteq\varnothing$,而此时因为前面空集中无元素,不符合子集的定义,因此这一条是课本的“规定”.

印象笔记

❷空集是任何非空集合的真子集，即若 $A\neq\varnothing$，则 $\varnothing\subsetneq A$，所以在遇到“$A\subseteq B$”或“$A\subsetneq B$ 且 $B\neq\varnothing$”时，一定要分 $A=\varnothing$ 和 $A\neq\varnothing$ 两种情况讨论，这里 $A=\varnothing$ 的情况易被忽视，应引起足够的重视.

拓展3 求子集与真子集的个数

二级结论

求集合子集个数时，可根据集合中元素的个数来计算，若集合中有 n 个元素，因为每个元素都有两种可能，即在子集中或不在子集中，所以子集有 2^n 个，真子集和非空子集各有 (2^n-1) 个，非空真子集有 (2^n-2) 个.

【例1】 集合 A 满足 $\{0,2\}\subseteq A\subsetneq\{-1,0,1,2,3\}$，则满足条件的集合 A 的个数为_____.

◀注意要求解问题的措辞，明确其中子集的类别.

解析：方法一（列举法）：根据题意，集合 A 至少含有 0,2 两个元素，但集合 $A\neq\{-1,0,1,2,3\}$，

所以满足条件的集合 A 为 $\{0,2\}$，$\{0,2,-1\}$，$\{0,2,1\}$，$\{0,2,3\}$，$\{0,2,-1,1\}$，$\{0,2,-1,3\}$，$\{0,2,1,3\}$，共 7 个，所以满足条件的集合 A 的个数为 7.

方法二（计数法）：若集合 A 满足 $\{0,2\}\subseteq A\subsetneq\{-1,0,1,2,3\}$，

所以集合 A 一定含有元素 0,2（可不考虑），可能含有的元素为 $-1,1,3$（不能全包含），

所以集合 A 的个数即为集合 $\{-1,1,3\}$ 的真子集个数，即 $2^3-1=7$.

方法三：因为集合 $\{0,2\}$ 中有 2 个元素，$\{-1,0,1,2,3\}$ 中有 5 个元素，又集合 A 满足 $\{0,2\}\subseteq A\subsetneq\{-1,0,1,2,3\}$，所以集合 A 有 $2^{5-2}-1=7$ 个.

答案：7

◀若集合 A 中有 m 个元素，集合 B 中有 n 个元素 $(m<n)$，则
当 $A\subseteq C\subseteq B$ 时，集合 C 有 2^{n-m} 个；
当 $A\subseteq C\subsetneq B$ 时，集合 C 有 $(2^{n-m}-1)$ 个；
当 $A\subsetneq C\subseteq B$ 时，集合 C 有 $(2^{n-m}-1)$ 个；
当 $A\subsetneq C\subsetneq B$ 时，集合 C 有 $(2^{n-m}-2)$ 个.

拓展4 判断两集合关系的方法

❶**列举法**：用列举法表示集合，再从元素中寻求关系.

❷**化简集合法**：用描述法表示的集合，若代表元素的表达式比较复杂，往往需先化简表达式，再寻求两个集合的关系.

◀证明两个集合相等常用的方法是证明：$A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$.

【例2】 若集合 $A=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{3}-\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$B=\left\{y\,\middle|\,y=\frac{k}{6}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则 （ ）

A. $0\in A$　　B. $A\subseteq B$　　C. $B\subseteq A$　　D. $A=B$

解析：因为 $\frac{k}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2k-3}{6}$，$\frac{k}{6}+\frac{1}{2}=\frac{k+3}{6}$，$k\in\mathbf{Z}$，而 $2k-3$ 表示奇数，$k+3$ 表示整数，

所以 $A\subsetneq B$，即 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$. 若 $\frac{2k-3}{6}=0$，解得 $k=\frac{3}{2}\notin\mathbf{Z}$，故 $0\notin A$. 故选 B.

答案：B

K 疑难突破提高

突破1 集合中的参数问题

K分视频

B站：必刷题课代表

已知集合中元素或元素个数求参数

已知集合中的元素个数，求参数的值时，关键是对集合的表示方法灵活掌握，弄清集合中的元素是什么，依据已知条件，确定等量关系，列出方程，情况不唯一的需