高中总复习

三维设计

◎主 编 吴志鹏

本册主编：任丽萍　张纯谦
编　　委：张志峰　何满贵　王　维
熊　强　陈　雪　蒋青松
李宏超　李定堃　李海涛

数学

天津出版传媒集团
天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

目 录

CONTENTS

第一章 集合、常用逻辑用语与不等式

第 1 节 集合〔衔接教材：容斥原理〕……1
第 2 节 常用逻辑用语……5
第 3 节 等式性质与不等式性质……8
第 4 节 基本不等式……10
微专题 对勾函数模型 /13
第 5 节 基本不等式的综合应用……13
第 6 节 一元二次不等式及其解法……15

第二章 函数的概念与性质

第 1 节 函数的概念及其表示……18
第 2 节 函数的单调性与最值……21
第 3 节 函数的奇偶性与周期性……24
第 4 节 函数的对称性及应用……28
微专题 抽象函数求解模型化 /30
第 5 节 幂函数与二次函数〔衔接教材：一元二次方程根的分布〕……32
第 6 节 指数与指数函数……36
第 7 节 对数与对数函数〔衔接教材：互为反函数的两个函数图象间的关系〕……40
微专题 指、对、幂的大小比较 /44
第 8 节 函数的图象……46
第 9 节 函数的零点与方程的解……49
微专题 嵌套函数的零点问题 /52
第 10 节 函数模型及其应用……53

第三章 一元函数的导数及其应用

第 1 节 导数的概念、运算及几何意义……57
微专题 两曲线的公切线问题 /60
第 2 节 导数与函数的单调性〔衔接教材：常见组合函数的图象〕……61
第 3 节 导数与函数的极值、最值……65
微专题 三次函数的图象与性质 /68
重难专攻 1 导数中函数的构造问题……68
微专题 指、对同构 /70
重难专攻 2 不等式恒(能)成立问题……72
重难专攻 3 不等式的证明问题……75
微专题 放缩法证明不等式 /77
重难专攻 4 函数的零点问题……80
重难专攻 5 隐零点问题……83
微专题 极值点偏移 /84
重难专攻 6 函数与导数中的创新交汇问题……87

增值服务
扫码获取

一、10 节拓展课

1. 三元基本不等式、柯西不等式与权方和不等式
2. 一次分式函数、对勾函数与飘带函数
3. 洛必达法则
4. 端点效应及应用
5. 凹凸反转
6. 泰勒展开式与超越不等式
7. 等和（高）线定理
8. 极化恒等式
9. 斐波那契数列
10. 极点、极线

二、高考真题分类汇编

三、周测＋月考＋仿真模拟卷

第四章　三角函数与解三角形

第1节 任意角、弧度制及任意角的三角函数〔衔接教材：三角函数线的应用〕……89
第2节 同角三角函数的基本关系与诱导公式……93
第3节 和、差、倍角的正弦、余弦和正切公式……96
第4节 简单的三角恒等变换〔衔接教材：和差化积与积化和差公式〕……99
第5节 三角函数的图象与性质……101
微专题 含绝对值的三角函数性质 / 105
第6节 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象及应用……106
微专题 三角函数中有关 ω 的求解 / 110
第7节 余弦定理和正弦定理〔衔接教材：海伦—秦九韶公式〕……112
第8节 余弦定理和正弦定理的综合应用〔衔接教材：张角定理〕……116
微专题 利用射影定理解三角形的边角问题 / 120
第9节 三角函数与解三角形的实际应用……120
第10节 三角函数、解三角形中的最值(范围)问题……123
重难专攻7　三角函数、解三角形中的创新交汇问题……126

第五章　平面向量与复数

第1节 平面向量的概念及线性运算……128
第2节 平面向量基本定理及坐标表示〔衔接教材：定比分点坐标公式〕……131
第3节 平面向量的数量积及应用……135
微专题 平面向量与三角形的“四心” / 138
第4节 平面向量的综合问题……140
第5节 复数……142

第六章　数列

第1节 数列的概念与表示……145
第2节 等差数列及其前 n 项和……148
第3节 等比数列及其前 n 项和……152
微专题 数列中的构造问题 / 156
第4节 数列求和……159
微专题 几何图形与数列〔衔接教材：几何图形与数列〕/ 163
重难专攻8　数列的奇偶项问题……164
微专题 衍生数列问题 / 168
微专题 放缩法证明数列不等式 / 170
重难专攻9　数列中的创新交汇问题……172

第七章　立体几何与空间向量

第1节 基本立体图形、简单几何体的表面积与体积……174
微专题 球的切、接问题 / 178
第2节 空间点、直线、平面之间的位置关系……182
第3节 空间直线、平面的平行……186
第4节 空间直线、平面的垂直〔衔接教材：三垂线定理及其逆定理〕……190
微专题 几何法求空间角与距离 / 195
第5节 空间向量的概念与运算……197
第6节 用空间向量研究线、面位置关系及距离……200
第7节 向量法求空间角……203

17个衔接教材(教材挖掘与拓展)

1. 容斥原理/4
2. 一元二次方程根的分布/35
3. 互为反函数的两个函数图象间的关系/44
4. 常见组合函数的图象/64
5. 三角函数线的应用/92
6. 和差化积与积化和差公式/101
7. 海伦—秦九韶公式/115
8. 张角定理/119
9. 定比分点坐标公式/134
10. 几何图形与数列/163
11. 三垂线定理及其逆定理/194
12. 直线系方程/223
13. 利用三角换元巧设圆的方程/226
14. 圆系方程/231
15. 杨辉三角/294
16. 贝叶斯公式/302
17. 二项分布与超几何分布的辨析/312

第 8 节 立体几何中的翻折与探究性问题……206
微专题 空间直角坐标系的构建策略 /208
微专题 空间几何体的截面与交线问题 /211
重难专攻 10 立体几何中的动态问题……213
重难专攻 11 立体几何中的创新交汇问题……215

第八章 解析几何

第 1 节 直线的方程……217
第 2 节 两直线的位置关系〔衔接教材：直线系方程〕……220
第 3 节 圆的方程〔衔接教材：利用三角换元巧设圆的方程〕……223
微专题 隐圆问题 /226
第 4 节 直线与圆、圆与圆的位置关系〔衔接教材：圆系方程〕……228
第 5 节 椭圆……231
第 6 节 双曲线……235
微专题 椭圆、双曲线中的常见结论 /240
微专题 离心率的范围问题 /242
第 7 节 抛物线……243
微专题 抛物线中的常见结论 /246
微专题 圆锥曲线中的轨迹问题 /248
第 8 节 直线与圆锥曲线……250
微专题 圆锥曲线的切线与光学性质 /253
重难专攻 12 最值、范围问题……255
重难专攻 13 定点、定线与定值问题……258
重难专攻 14 求值、证明与探索性问题……261
微专题 解析几何中减少运算量的常见技巧 /264
重难专攻 15 解析几何中的创新交汇问题……267

第九章 统计与成对数据的统计分析

第 1 节 随机抽样与常用统计图表……269
第 2 节 用样本的数字特征估计总体……273
第 3 节 一元线性回归模型及应用……277
第 4 节 列联表与独立性检验……283

第十章 计数原理、概率、随机变量及其分布

第 1 节 两个计数原理、排列与组合……287
第 2 节 二项式定理〔衔接教材：杨辉三角〕……291
第 3 节 随机事件的概率与古典概型……295
第 4 节 事件的相互独立性、条件概率与全概率公式〔衔接教材：贝叶斯公式〕……299
第 5 节 离散型随机变量及其分布列、数字特征……303
第 6 节 二项分布、超几何分布与正态分布〔衔接教材：二项分布与超几何分布的辨析〕……307
微专题 二项分布与超几何分布中的最值问题 /312
微专题 比赛情境下的概率分布问题 /317
第 7 节 概率与统计的综合问题……320
重难专攻 16 概率、统计中的创新交汇问题……324
微专题 概率中的数列特征——马尔科夫链 /327

课时跟踪检测（单独成册）
参考答案与详解（单独成册）

31个微专题（小难点微点突破）

1. 对勾函数模型/13
2. 抽象函数求解模型化/30
3. 指、对、幂的大小比较/44
4. 嵌套函数的零点问题/52
5. 两曲线的公切线问题/60
6. 三次函数的图象与性质/68
7. 指、对同构/70
8. 放缩法证明不等式/77
9. 极值点偏移/84
10. 含绝对值的三角函数性质/105
……
26. 圆锥曲线中的轨迹问题/248
27. 圆锥曲线的切线与光学性质/253
28. 解析几何中减少运算量的常见技巧/264
29. 二项分布与超几何分布中的最值问题/312
30. 比赛情境下的概率分布问题/317
31. 概率中的数列特征——马尔科夫链/327

第一章　集合、常用逻辑用语与不等式

第1节　集合

课标要求

1. 了解集合的含义，了解全集与空集的含义.
2. 理解元素与集合的属于关系，理解集合间的包含和相等关系.
3. 会求两个集合的并集、交集与补集.
4. 能用自然语言、图形语言、集合语言描述不同的具体问题，能使用 Venn 图表达集合的基本关系与基本运算.

夯实必备知识

知识梳理

1. 集合的概念

(1)集合中元素的三个特征：_____、_____、_____；

(2)元素与集合的关系有_____、_____两种，用符号_____，_____表示；

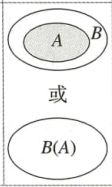
(3)集合的表示法：_____、_____、_____；

(4)五个特定的集合及其关系图：

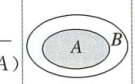
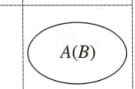
$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ 表示_____集，_____表示非负整数集(自然数集)，_____表示整数集，$\mathbf{Q}$ 表示_____集，$\mathbf{R}$ 表示实数集.

提醒：(1)解题时，应注意检查集合的元素是否满足互异性；(2)$\mathbf{N}$ 为自然数集(即非负整数集)，包含 0，而 $\mathbf{N}^*$ ($\mathbf{N}_+$)表示正整数集，不包含 0.

2. 集合间的基本关系

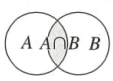
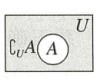
表示 / 关系	自然语言	符号语言	图形语言
子集	集合 A 中_____元素都是集合 B 中的元素	_____(或 $B\supseteq A$)	

续表

表示 / 关系	自然语言	符号语言	图形语言
真子集	集合 $A\subseteq B$，但存在元素 $x\in B$，且 $x\notin A$	_____(或 $B\supsetneq A$)	
集合相等	集合 A，B 中元素相同	$A=B$	
空集	不含任何元素的集合	$\varnothing$	

提醒：(1)$A\subseteq B$ 包含两层含义：$A\subsetneq B$ 或 $A=B$；(2)若 $A\subseteq B$，要分 $A=\varnothing$ 或 $A\neq\varnothing$ 两种情况讨论，不要忽略 $A=\varnothing$ 的情况.

3. 集合的基本运算

类别 / 表示	并集	交集	补集
图形语言	 $A\cup B$		
符号语言	$A\cup B=$_____	$A\cap B=$_____	$\complement_U A=$_____

常用结论

1. 子集的传递性：$A\subseteq B,B\subseteq C\Rightarrow A\subseteq C$.
2. 若有限集 A 中有 n 个元素，则 A 的子集有 2^n 个，真子集有 2^n-1 个，非空真子集有 2^n-2 个.
3. 等价关系：$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A\Leftrightarrow A\cup B=B\Leftrightarrow \complement_U A\supseteq \complement_U B$.

诊断自测

1. 判断正误.（正确的画“√”，错误的画“×”）

(1)任何一个集合都至少有两个子集.（　　）

(2)若 $1\in\{x,x^2\}$，则 $x=1$ 或 $x=-1$.（　　）

(3)已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{0,1,4\}$，则 $A\cup B=\{0,1\}$.（　　）

(4)$\{x\mid y=x^2+1\}=\{y\mid y=x^2+1\}=\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$.（　　）

2.（2025·全国Ⅰ卷2题）已知集合 $U=\{x\mid x$ 是小于9的正整数$\}$，$A=\{1,3,5\}$，则 $\complement_U A$ 中元素的个数为（　　）

A. 0　　B. 3

C. 5　　D. 8

3.（2026·河南郑州模拟）设集合 $A=\{x\mid x^2-2>0\}$，$B=\{1,2,3,4\}$，则 $A\cap B$ 的子集的个数为（　　）

A. 8　　B. 7

C. 4　　D. 3

4.〔多选〕已知集合 $P=\{x\mid x^2=4\}$，则（　　）

A. $2\in P$　　B. $P=\{-2,2\}$

C. $\{\varnothing\}\subseteq P$　　D. $P\subsetneq\mathbf{N}$

5. 已知集合 $A=\{x\mid 0<x<a\}$，$B=\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围是_____.

研透核心考点

考点1 集合的基本概念

（基础自学过关）

1. 已知集合 $A=\{x\mid 2x-a>0\}$，且 $1\notin A$，$2\in A$，则（　　）

A. $a>1$　　B. $a\leqslant 2$

C. $2<a\leqslant 4$　　D. $2\leqslant a<4$

2.（2026·广东佛山模拟）已知集合 $A=\left\{x\mid x\in\mathbf{Z},且\frac{3}{2-x}\in\mathbf{Z}\right\}$，则集合 A 中的元素个数为（　　）

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

3.（2026·浙江宁波模拟）已知集合 $S=\{y\mid y=x^2-1\}$，$T=\{(x,y)\mid x+y=0\}$，下列关系正确的是（　　）

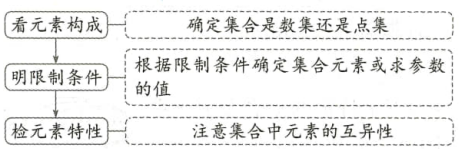
A. $-2\in S$　　B. $(2,-2)\notin T$

C. $-1\notin S$　　D. $(-1,1)\in T$

4. 已知 $m\in\mathbf{R}$，$n\in\mathbf{R}$，若集合 $\left\{m,\frac{n}{m},1\right\}=\{m^2,m+n,0\}$，则 $m+n=$_____.

练后悟通

解决与集合中元素有关问题的关键点



考点2 集合间的基本关系

（师生共研过关）

例1 (1)设 $M=\left\{x\mid x=\frac{k}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\mid x=k+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则（　　）

A. $M\subsetneq N$　　B. $N\subsetneq M$

C. $M=N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

(2)（2025·江苏南京、盐城一模）设集合 $A=\{x\mid x^2-4\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid x+a\leqslant 0\}$. 若 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,2)$　　B. $(-\infty,2]$

C. $(-\infty,-2)$　　D. $(-\infty,-2]$

听课记录_____

变式　若本例(2)条件变为集合 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 2\}$，集合 $B=\{x\mid a+1\leqslant x<-a\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围为_____.

规律方法

1. 空集是任何集合的子集，在涉及集合关系问题时，必须考虑空集的情况，否则易造成漏解.
2. 已知两个集合间的关系求参数时，关键是将条件转化为元素或区间端点间的关系，进而转化为参数所满足的关系，常用数轴、Venn 图等来直观解决这类问题.

训练 1　(1)(2023·新高考Ⅱ卷 2 题)设集合 $A=\{0,-a\}$，$B=\{1,a-2,2a-2\}$，若 $A\subseteq B$，则 $a=$　(　　)

A. 2　　B. 1

C. $\frac{2}{3}$　　D. -1

(2)已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid -1<x<5,x\in\mathbf{N}\}$，则满足 $A\subsetneq C\subseteq B$ 的集合 C 的个数为　(　　)

A. 8　　B. 7

C. 4　　D. 3

考点 3　集合的基本运算

(定向精析突破)

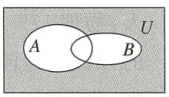
考向 1　集合的运算

例 2　(1)(2025·全国Ⅱ卷 3 题)已知集合 $A=\{-4,0,1,2,8\}$，$B=\{x\mid x^3=x\}$，则 $A\cap B=$　(　　)

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2,8\}$

C. $\{2,8\}$　　D. $\{0,1\}$

(2)(2026·贵州贵阳摸底)已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{y\mid y=2^x,x\in\mathbf{R}\}$，则图中阴影部分所对应的集合为　(　　)



A. $\{x\mid x<-1\}$　　B. $\{x\mid x\leqslant -1\}$

C. $\{x\mid x\leqslant 0$ 或 $x>3\}$　　D. $\{x\mid 0<x\leqslant 3\}$

听课记录

规律方法

集合基本运算的方法技巧

确定元素	确定集合中的元素及其满足的条件，如函数的定义域、值域，一元二次不等式的解集等
化简集合	根据元素满足的条件解方程或不等式，得出元素满足条件的最简等价形式，将集合清晰地表示出来
运算求解	利用交集或并集(补集)的定义求解，必要时可借助数轴或Venn图来直观解决

考向 2　利用集合的运算求参数

例 3　(1)(2026·河南郑州第一次联考)已知集合 $A=\{x\mid 2x-a\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid 1<x<2\}$. 若 $A\cap B=\varnothing$，则 a 的取值范围为　(　　)

A. $(-\infty,1)$　　B. $(-\infty,1]$

C. $(-\infty,2)$　　D. $(-\infty,2]$

(2)设集合 $A=\{x\mid x<a^2\}$，$B=\{x\mid x>a\}$，若 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=A$，则实数 a 的取值范围为　(　　)

A. $[0,1]$

B. $[0,1)$

C. $(0,1)$

D. $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

听课记录

规律方法

利用集合的运算求参数的方法

(1)与不等式有关的集合，一般利用数轴解决，要注意端点值的取舍；

(2)若集合中的元素能一一列举，则一般先用观察法得到集合中元素之间的关系，再列方程(组)求解.

训练 2　(1)(2026·广东调研考试)设全集 $U=M\cup N=\{1,2,3,4\}$，$N=\{1,2\}$，则 $M\cap(\complement_U N)=$　(　　)

A. $\{3,4\}$　　B. $\{3\}$

C. $\{4\}$　　D. $\varnothing$

(2)已知集合 $A=\{x\mid x^2-x-6\leqslant 0\}$,$B=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant a\}$,且 $A\cup B=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant 3\}$,则实数 a 的取值范围是 (　　)

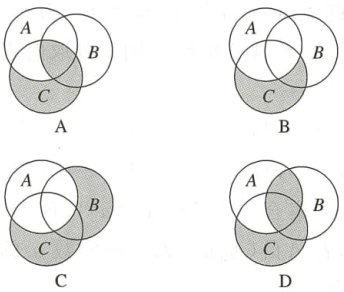
A. $(-4,-2]$　　B. $(-3,-2]$

C. $[-3,3]$　　D. $[-2,3]$

考点4　集合的创新问题

(师生共研过关)

例4 (1)(2026·北京海淀模拟)定义差集 $A-B=\{x\mid x\in A,\text{且}\ x\notin B\}$,现有三个集合 A,B,C 分别用圆表示,则集合 $C-(A-B)$ 用阴影部分表示正确的为 (　　)



(2)(2025·广西南宁适应性测试)已知集合 $A=\{2,4,6,8,9\}$,$B=\{1,2,3,4,5,8\}$,又知集合 C 是这样一个集合:若集合 C 的各元素都加上 2,它就变成 A 的一个子集;若集合 C 的各元素都减去 2,它就变成 B 的一个子集.试写出这样的一个集合 $C=$_____.

听课记录

规律方法

解决以集合为背景的创新问题的关键

(1)紧扣新定义:首先分析新定义的特点,把新定义所叙述的问题的本质弄清楚,并能够应用到具体的解题过程中,这是破解新定义集合问题的关键所在;

(2)用好集合的性质:解题时要善于从试题中发现可以使用集合性质的一些因素,在关键之处用好集合的性质.

训练3 已知集合 A,B 与集合 $A\cdot B$ 的对应关系如下表所示:

A	$\{1,2,3,4,5\}$	$\{-1,0,1\}$	$\{-4,8\}$
B	$\{2,4,6,8\}$	$\{-2,-1,0,1\}$	$\{-4,-2,0,2\}$
$A\cdot B$	$\{1,3,5,6,8\}$	$\{-2\}$	$\{-2,0,2,8\}$

若 $A=\{-2\ 026,0,2\ 026\}$,$B=\{-2\ 026,0,2\ 027\}$,试根据表中的规律写出 $A\cdot B=$_____.

衔接教材　容斥原理

教材母题:〔人A必修一 P15 阅读与思考〕学校先举办了一次田径运动会,某班有8名同学参赛,又举办了一次球类运动会,这个班有12名同学参赛,两次运动会都参赛的有3人.两次运动会中,这个班共有多少名同学参赛?

细研教材:在研究集合时,经常遇到有关集合中元素的个数问题,一般地,若有限集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$,将 A 中的元素个数记为 $\text{card}(A)=n$,集合 $B=\{b_1,b_2,\cdots,b_m\}$,将 B 中的元素个数记为 $\text{card}(B)=m$,关于集合中的元素个数有如下关系:

(1)二元容斥原理:$\text{card}(A\cup B)=\text{card}(A)+\text{card}(B)-\text{card}(A\cap B)$;

(2)三元容斥原理:$\text{card}(A\cup B\cup C)=\text{card}(A)+\text{card}(B)+\text{card}(C)-\text{card}(A\cap B)-\text{card}(C\cap A)-\text{card}(B\cap C)+\text{card}(A\cap B\cap C)$.

例 〔一题多解〕某年级先后举行数理化三科竞赛,学生中至少参加一科的:数学203人,物理179人,化学165人;至少参加两科的:数学、物理143人,数学、化学116人,物理、化学97人;三科都参加的有90人.则参加竞赛的学生总人数是 (　　)

A. 280　　B. 281

C. 282　　D. 283

听课记录

提示:完成课后作业　第一章　第1节

第2节　常用逻辑用语

课标要求

1. 理解充分条件、必要条件、充要条件的含义.
2. 理解判定定理与充分条件的关系，性质定理与必要条件的关系，数学定义与充要条件的关系.
3. 理解全称量词命题与存在量词命题的含义，能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

夯实必备知识

知识梳理

1. 充分条件、必要条件与充要条件

若 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的_____条件，q 是 p 的_____条件	
p 是 q 的_____条件	$p\Rightarrow q$ 且 $q\not\Rightarrow p$
p 是 q 的_____条件	$p\not\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$
p 是 q 的_____条件	$p\Leftrightarrow q$
p 是 q 的_____条件	$p\not\Rightarrow q$ 且 $q\not\Rightarrow p$

2. 全称量词与存在量词

(1)全称量词：短语“所有的”“任意一个”在逻辑中通常叫做全称量词，并用符号“_____”表示；

(2)存在量词：短语“存在一个”“至少有一个”在逻辑中通常叫做存在量词，并用符号“_____”表示.

3. 全称量词命题和存在量词命题

名称	全称量词命题	存在量词命题
结构	对 M 中任意一个 x，$p(x)$ 成立	存在 M 中的元素 x，$p(x)$ 成立
简记		
否定		

提醒：(1)含有一个量词的命题的否定的规律是“改量词，否结论”；(2)对省略了量词的命题进行否定时，要结合命题的含义加上量词，再改变量词.

常用结论

1. 若 p 是 q 的充分不必要条件，则 q 是 p 的必要不充分条件.
2. p 是 q 的充分不必要条件，等价于 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件.
3. 命题 p 和 $\neg p$ 的真假性相反，若判断一个命题的真假有困难时，可判断此命题的否定的真假.

诊断自测

1. 判断正误.(正确的画“√”，错误的画“×”)

(1)全称量词命题一定含有全称量词.(　　)

(2)“有些三角形中三个内角相等”是存在量词命题.(　　)

(3)当 p 是 q 的充分条件时，q 是 p 的必要条件.(　　)

(4)若已知 $p:x>1$ 和 $q:x\geqslant 1$，则 p 是 q 的充分不必要条件.(　　)

2. (2026·山东日照月考)设命题 $p:\exists n\in\mathbf{N},n^2>2^n$，则 $\neg p$ 为(　　)

A. $\forall n\in\mathbf{N},n^2>2^n$　　B. $\exists n\in\mathbf{N},n^2\leqslant 2^n$

C. $\forall n\in\mathbf{N},n^2\leqslant 2^n$　　D. $\exists n\in\mathbf{N},n^2=2^n$

3. “$xy>0$”是“$x<0,y<0$”的(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. “等边三角形都是等腰三角形”的否定是_____.

5. 若命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2-x+a\neq 0$”的否定是真命题，则实数 a 的取值范围为_____.

研透核心考点

考点1 充分条件、必要条件的判定

（基础自学过关）

1. 设集合 A，B 是非空集合，则“$A\cap B=A$”是“$A\subseteq B$”的 （　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. （2026·浙江金华模拟）若 $a,b\in\mathbf{R}$，则“$|a|=|b|$”是“$2^a=2^b$”的 （　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. （2025·天津高考2题）设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x=0$”是“$\sin 2x=0$”的 （　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. （2025·山东济南摸底考试）已知空间中有平面 α 和两条不同的直线 m，n，且 $n\subset\alpha$，则“$m//n$”是“$m//\alpha$”的 （　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

练后悟通

充分条件、必要条件的两种判定方法

（1）定义法：根据 $p\Rightarrow q$，$q\Rightarrow p$ 进行判断，适用于定义、定理判断性问题；

（2）集合法：根据 p，q 对应的集合之间的包含关系进行判断，多适用于条件中涉及参数范围的推断问题.

考点2 充分、必要条件的探究与应用

（师生共研过关）

教材母题：1.〔人A必修一 P23 习题4题〕已知 $A=\{x\mid x$ 满足条件 $p\}$，$B=\{x\mid x$ 满足条件 $q\}$，

（1）如果 $A\subseteq B$，那么 p 是 q 的什么条件？

（2）如果 $B\subseteq A$，那么 p 是 q 的什么条件？

（3）如果 $A=B$，那么 p 是 q 的什么条件？

2.〔人B必修一 P38 习题5题〕已知 $A=(-\infty,a]$，$B=(-\infty,3)$，且 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的充分不必要条件，求 a 的取值范围.

细研教材：设 $A=\{x\mid p(x)\}$，$B=\{x\mid q(x)\}$，则：

（1）若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件；

（2）若 $A\subsetneq B$，则 p 是 q 的充分不必要条件，q 是 p 的必要不充分条件；

（3）若 $A=B$，则 p 是 q 的充要条件.

变式1 已知 $p:\dfrac{1}{x}>1$，$q:x>m$，若 p 是 q 的充分条件，则实数 m 的取值范围是 （　　）

A. $(-\infty,0]$　　B. $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$

C. $[0,+\infty)$　　D. $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

变式2 若不等式 $|x-a|<1$ 成立的一个充分不必要条件是 $\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{3}{2}$，则实数 a 的取值范围是 （　　）

A. $\left\{a\mid\dfrac{1}{2}<a<\dfrac{3}{2}\right\}$

B. $\left\{a\mid\dfrac{1}{2}\leqslant a\leqslant\dfrac{3}{2}\right\}$

C. $\left\{a\mid a<\dfrac{1}{2}$ 或 $a>\dfrac{3}{2}\right\}$

D. $\left\{a\mid a\leqslant\dfrac{1}{2}$ 或 $a\geqslant\dfrac{3}{2}\right\}$

目录 Contents

训练不盲目，才有好分数

第一章　集合、常用逻辑用语与不等式 …… 331
第 1 节　集合 …… 331
第 2 节　常用逻辑用语 …… 333
第 3 节　等式性质与不等式性质 …… 335
第 4 节　基本不等式 …… 337
第 5 节　基本不等式的综合应用 …… 339
第 6 节　一元二次不等式及其解法 …… 341
第二章　函数的概念与性质 …… 343
第 1 节　函数的概念及其表示 …… 343
第 2 节　函数的单调性与最值 …… 345
第 3 节　函数的奇偶性与周期性 …… 347
第 4 节　函数的对称性及应用 …… 349
第 5 节　幂函数与二次函数 …… 351
第 6 节　指数与指数函数 …… 353
第 7 节　对数与对数函数 …… 355
第 8 节　函数的图象 …… 357
第 9 节　函数的零点与方程的解 …… 359
第 10 节　函数模型及其应用 …… 361
第三章　一元函数的导数及其应用 …… 363
第 1 节　导数的概念、运算及几何意义 …… 363
第 2 节　导数与函数的单调性 …… 365
第 3 节　导数与函数的极值、最值 …… 367
重难专攻 1　导数中函数的构造问题 …… 369
重难专攻 2　不等式恒(能)成立问题 …… 371
重难专攻 3　不等式的证明问题 …… 373
重难专攻 4　函数的零点问题 …… 375
重难专攻 5　隐零点问题 …… 377
重难专攻 6　函数与导数中的创新交汇问题 …… 379
第四章　三角函数、解三角形 …… 381
第 1 节　任意角、弧度制及任意角的三角函数 …… 381
第 2 节　同角三角函数的基本关系及诱导公式 …… 383
第 3 节　和、差、倍角的正弦、余弦和正切公式 …… 385
第 4 节　简单的三角恒等变换 …… 387
第 5 节　三角函数的图象与性质 …… 389
第 6 节　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象及应用 …… 391
第 7 节　余弦定理和正弦定理 …… 393
第 8 节　余弦定理和正弦定理的综合应用 …… 395
第 9 节　三角函数与解三角形的实际应用 …… 397
第 10 节　三角函数、解三角形中的最值(范围)问题 …… 399
重难专攻 7　三角函数、解三角形中的创新交汇问题 …… 401

2027版
三维设计
高中总复习
数学
课时跟踪检测

第五章　平面向量与复数 403
第 1 节　平面向量的概念及线性运算 403
第 2 节　平面向量基本定理及坐标表示 405
第 3 节　平面向量的数量积及应用 407
第 4 节　平面向量的综合问题 409
第 5 节　复数 411
第六章　数列 413
第 1 节　数列的概念与表示 413
第 2 节　等差数列及其前 n 项和 415
第 3 节　等比数列及其前 n 项和 417
第 4 节　数列求和 419
重难专攻 8　数列的奇偶项问题 421
重难专攻 9　数列中的创新交汇问题 423
第七章　立体几何与空间向量 425
第 1 节　基本立体图形、简单几何体的表面积与体积 425
第 2 节　空间点、直线、平面之间的位置关系 427
第 3 节　空间直线、平面的平行 429
第 4 节　空间直线、平面的垂直 431
第 5 节　空间向量的概念与运算 433
第 6 节　用空间向量研究线、面位置关系及距离 435
第 7 节　向量法求空间角 437
第 8 节　立体几何中的翻折与探究性问题 439
重难专攻 10　立体几何中的动态问题 441
重难专攻 11　立体几何中的创新交汇问题 443
第八章　解析几何 445
第 1 节　直线的方程 445
第 2 节　两直线的位置关系 447
第 3 节　圆的方程 449
第 4 节　直线与圆、圆与圆的位置关系 451
第 5 节　椭圆 453
第 6 节　双曲线 455
第 7 节　抛物线 457
第 8 节　直线与圆锥曲线 459
重难专攻 12　最值、范围问题 461
重难专攻 13　定点、定线与定值问题 463
重难专攻 14　求值、证明与探索性问题 465
重难专攻 15　解析几何中的创新交汇问题 467
第九章　统计与成对数据的统计分析 469
第 1 节　随机抽样与常用统计图表 469
第 2 节　用样本的数字特征估计总体 471
第 3 节　一元线性回归模型及应用 474
第 4 节　列联表与独立性检验 477
第十章　计数原理、概率、随机变量及其分布 479
第 1 节　两个计数原理、排列与组合 479
第 2 节　二项式定理 481
第 3 节　随机事件的概率与古典概型 483
第 4 节　事件的相互独立性、条件概率与全概率公式 485
第 5 节　离散型随机变量及其分布列、数字特征 487
第 6 节　二项分布、超几何分布与正态分布 490
第 7 节　概率与统计的综合问题 493
重难专攻 16　概率、统计中的创新交汇问题 495

班级：_____ 姓名：_____

第一章 集合、常用逻辑用语与不等式

第1节 集合

（时间：45分钟，满分：78分）

［备注：单选、填空题5分，多选题6分］

基础达标

1.（2025·八省联考）已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{0,1,4\}$，则 $A\cap B=$（　）

A. $\{0\}$　　B. $\{1\}$

C. $\{0,1\}$　　D. $\{-1,0,1,4\}$

2.（2026·山西大同模拟）设集合 $A=\{x\mid -1<x\leqslant 4\}$，$B=\{x\mid x^2<4\}$，则 $A\cup B=$（　）

A. $\{x\mid -2<x\leqslant 2\}$

B. $\{x\mid -2<x\leqslant 4\}$

C. $\{x\mid -2\leqslant x<2\}$

D. $\{x\mid -2\leqslant x<4\}$

3.（2025·河南郑州模拟）已知全集 $U=\{x\mid -1<x<5\}$，集合 A 满足 $\complement_U A=\{x\mid 0\leqslant x<3\}$，则（　）

A. $0\in A$　　B. $1\notin A$

C. $2\in A$　　D. $3\notin A$

4. 设集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{y\mid y=|x|,x\in A\}$，则下列选项中正确的是（　）

A. $B\subsetneq A$　　B. $A=B$

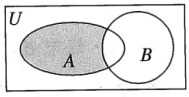
C. $A\cap B=A$　　D. $A\cup B=B$

5.（2026·豫西北教研联盟第一次质检）已知集合 $A=\{x\mid 1<x\leqslant 6\}$，$B=\{x\mid a+2\leqslant x<2a\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围为（　）

A. $(2,3]$　　B. $(1,3]$

C. $(-\infty,3]$　　D. $[2,3)$

6.（2026·山东齐鲁名校大联考模拟）已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid \log_2 x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 1<x<5\}$，则图中阴影部分表示的集合为（　）



A. $\{x\mid x\leqslant 5\}$　　B. $\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$

C. $\{x\mid x\leqslant 4\}$　　D. $\{x\mid 1<x\leqslant 5\}$

7.［多选］已知集合 $A=\{x\mid (x-1)(x-2)\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$，则下列判断正确的是（　）

A. $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=B$

B. $(\complement_{\mathbf{R}}B)\cup A=\mathbf{R}$

C. $A\cap B$ 是 $\{x\mid 1<x<3\}$ 的真子集

D. $(\complement_{\mathbf{R}}B)\cup(\complement_{\mathbf{R}}A)=\{x\mid x\leqslant 1$ 或 $x>2\}$

8. 设集合 $A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，集合 $B=\{x\mid y=\sqrt{x-1}\}$，若 $A\subsetneq C\subsetneq B$，写出一个符合条件的集合 $C=$_____.

9. (2025·山东潍坊一模)已知集合 $A=\{0,1,a+2\}$,$B=\{1,a^2\}$,若 $A\cup B=A$,则实数 $a=$_____.

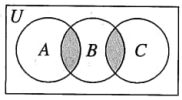
综合应用

10. (2026·山东聊城模拟)已知集合 $A=\{-1,0,1\}$,$B=\{z\mid z=x+y+1,x\in A,y\in A\}$,则集合 B 的真子集个数为 (　　)

A. 8　　B. 16

C. 31　　D. 63

11. (2025·辽宁省部分重点中学协作体考试)图中阴影部分用集合符号可以表示为 (　　)



A. $B\cap(A\cup C)$　　B. $B\cap(A\cap C)$

C. $B\cap \complement_U(A\cup C)$　　D. $(A\cup B)\cap(B\cup C)$

12. 〔多选〕(2025·重庆一模)已知 I 为全集,集合 $M,N\subseteq I$,若 $M\subseteq N$,则 (　　)

A. $M\cup N=N$　　B. $M\cap N=N$

C. $(\complement_I M)\subseteq(\complement_I N)$　　D. $(\complement_I N)\cap M=\varnothing$

13. 已知集合 $A=(1,3)$,集合 $B=\{x\mid 2m<x<1-m\}$.若 $A\cap B=\varnothing$,则所有满足条件的实数 m 的取值范围为_____.

14. (2026·陕西西安质检)某校高一年级有 1 200 人,现有两种课外实践活动供学生选择,要求每个同学至少选择一种参加.统计调查得知,选择其中一项活动的人数占总人数的 60% 至 65%,选择另一项活动的人数占 50% 至 55%,则同时选择两项参加的学生最多有_____人.

拓广探索

15. 〔创新定义〕〔多选〕若集合 D 含有 n 个元素,则称 D 为 n 元集,D 的子集中含有 $m(m\leqslant n)$ 个元素的子集叫做 D 的 m 元子集.已知集合 $A=\{-1,0,1\}$,$B=\{-2,1,2\}$,则 (　　)

A. $A\cap B$ 是 2 元集

B. $A\cup B$ 的 2 元子集有 10 个

C. $\{xy\mid x\in A,y\in B\}$ 是 5 元集

D. $\{(x,y)\mid x\in A,y\in B\}$ 是 $\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 5,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$ 的 9 元子集

班级：_____ 姓名：_____

第2节 常用逻辑用语

（时间：45分钟，满分：77分）

［备注：单选、填空题5分，多选题6分］

基础达标

1.（2026·广东广州开学考试）下列命题中是全称量词命题并且是真命题的是（ ）

A. $\forall x\in\mathbf{R}, x^2+2x-1\geqslant 0$

B. $\exists x\in\mathbf{N}, 2x+1$ 为奇数

C. 所有菱形的四条边都相等

D. π 是无理数

2. 命题“$\exists x\in\mathbf{R}, 1<f(x)\leqslant 2$”的否定形式是（ ）

A. $\forall x\in\mathbf{R}, 1<f(x)\leqslant 2$

B. $\exists x\in\mathbf{R}, 1<f(x)\leqslant 2$

C. $\exists x\in\mathbf{R}, f(x)\leqslant 1$ 或 $f(x)>2$

D. $\forall x\in\mathbf{R}, f(x)\leqslant 1$ 或 $f(x)>2$

3.（2026·甘肃兰州诊断考试）已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{1,2,3\}$，以下判断正确的是（ ）

A. $x\in A$ 是 $x\in B$ 的充分条件

B. $x\in A\cap B$ 是 $x\in B$ 的既不充分也不必要条件

C. $x\in A$ 是 $x\in A\cup B$ 的必要条件

D. $x\in A\cap B$ 是 $x\in\{1\}$ 的充要条件

4.（2025·河南九师联盟二模）如果 x,y 是实数，那么“$xy<0$”是“$|x-y|=|x|+|y|$”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 如果 $ab>0$，那么“$a>b$”是“$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6.［多选］（2026·安徽宿州泗县二中考试）若“$\forall x\in M, 2-x<0$”为真命题，“$\exists x\in M, x<0$ 或 $x>4$”为假命题，则集合 M 可以是（ ）

A. $\{x\mid 1<x<2\}$

B. $\{x\mid 3<x<4\}$

C. $\{x\mid 0<x<2\}$

D. $\{x\mid 2<x<3\}$

7. 为了证明“所有的素数都是奇数”是假命题，只要证明：_____.

8. 使得“$2^x>4^x$”成立的一个充分条件是_____.

9. 已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}, x^2-ax+1\geqslant 0$；命题 q：$\exists x\in\mathbf{R}, 2^x<a$. 若 p 和 $\neg q$ 均为真命题，则实数 a 的取值范围为_____.

综合应用

10. 命题“$\forall x\in\mathbf{R},\exists n\in\mathbf{N}^*$，使得 $n\leqslant x^2$”的否定形式是 （　　）

A. $\forall x\in\mathbf{R},\exists n\in\mathbf{N}^*$，使得 $n>x^2$

B. $\forall x\in\mathbf{R},\forall n\in\mathbf{N}^*$，都有 $n>x^2$

C. $\exists x\in\mathbf{R},\exists n\in\mathbf{N}^*$，使得 $n>x^2$

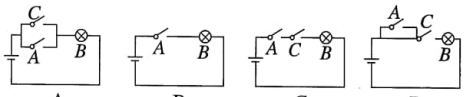
D. $\exists x\in\mathbf{R},\forall n\in\mathbf{N}^*$，都有 $n>x^2$

11. （2026·江苏苏州模拟）已知 $p:|x-1|\leqslant 2$，$q:x\leqslant 1-a$ 或 $x\geqslant 1+a(a>0)$，若 p 是 $\neg q$ 的必要不充分条件，则实数 a 的取值范围是 （　　）

A. $(0,1)$　　B. $(0,1]$

C. $(0,2)$　　D. $(0,2]$

12. 设计如图所示的四个电路图，能表示“开关 A 闭合”是“灯泡 B 亮”的必要不充分条件的一个电路图是 （　　）



A　　B　　C　　D

13. 〔多选〕下列四个条件中，能成为 $x>y$ 的充分不必要条件的是 （　　）

A. $xc^2>yc^2$　　B. $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}<0$

C. $|x|>|y|$　　D. $\ln x>\ln y$

14. 已知函数 $f(x)=x^2-2x+3$，$g(x)=\log_2 x+m$，对任意的 $x_1,x_2\in[1,4]$ 有 $f(x_1)>g(x_2)$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是_____.

拓广探索

15. 〔推理判断〕地铁某换乘站设有编号为 A,B,C,D,E 的五个安全出口. 若同时开放其中的两个安全出口，疏散 1 000 名乘客所需的时间如表：

安全出口编号	A,B	B,C	C,D	D,E	A,E
疏散乘客时间(s)	120	220	160	140	200

则疏散乘客最快的一个安全出口的编号是_____.

班级：_____ 姓名：_____

第3节 等式性质与不等式性质

（时间：60分钟，满分：95分）

［备注：单选、填空题5分，多选题6分］

基础达标

1. 已知 $a>0,b>0$，设 $m=a-2\sqrt{b}+2,n=2\sqrt{a}-b$，则（　　）

A. $m\geqslant n$　　B. $m>n$

C. $m\leqslant n$　　D. $m<n$

2. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，若 $a>b,\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 同时成立，则（　　）

A. $ab>0$　　B. $ab<0$

C. $a+b>0$　　D. $a+b<0$

3. 已知 a,b,c,d 均为实数，下列不等关系推导成立的是（　　）

A. 若 $a>b,c<d\Rightarrow a+c>b+d$

B. 若 $a>b,c>d\Rightarrow ac>bd$

C. 若 $bc-ad>0,\frac{c}{a}-\frac{d}{b}>0\Rightarrow b<0$

D. 若 $a>b>0,c>d>0\Rightarrow\sqrt{\frac{a}{d}}>\sqrt{\frac{b}{c}}$

4. （2025·T8联考）已知实数 $a<b$，则“$m>0$”是“$\frac{a}{b}<\frac{a+m}{b+m}$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 已知 $-3<a<-2,3<b<4$，则 $\frac{a^2}{b}$ 的取值范围为（　　）

A. $(1,3)$　　B. $\left(\frac{4}{3},\frac{9}{4}\right)$

C. $\left(\frac{2}{3},\frac{3}{4}\right)$　　D. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

6. 〔多选〕若 $a<0<b$，且 $a+b>0$，则（　　）

A. $\frac{a}{b}>-1$　　B. $|a|<|b|$

C. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>0$　　D. $(a-1)(b-1)<1$

7. （2026·浙江杭州模拟）在民宿的改造中，窗户面积与地板面积之比越大，采光效果越好. 现有一所地板面积为180平方米的民宿需要同时增加窗户和地板的面积，已知地板增加的面积是窗户增加的面积的2倍，且民宿改造后的采光效果不逊于改造前，则改造前的窗户面积最大为_____平方米.

8. 能够说明“若 $\frac{a}{x}>\frac{a}{y},a<0$，则 $x>y$”是假命题的一组整数 x,y 的值依次为_____.

9. （13分）已知实数 a,b 满足 $-3\leqslant a+b\leqslant 2,-1\leqslant a-b\leqslant 4$.

（1）求实数 a,b 的取值范围；

（2）求 $3a-2b$ 的取值范围.

综合应用

10. 若实数 m,n,p 满足 $m=4e^{\frac{3}{5}}$，$n=5e^{\frac{2}{3}}$，$p=\frac{18}{e^2}$，则（　　）

A. $p<m<n$　　B. $p<n<m$

C. $m<p<n$　　D. $n<p<m$

11. 已知 $2<x<4$，$-3<y<-1$，则 $\frac{x}{x-2y}$ 的取值范围是（　　）

A. $\left(\frac{1}{10},\frac{1}{4}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{4},\frac{2}{3}\right)$

C. $\left(\frac{1}{5},1\right)$　　D. $\left(\frac{2}{3},2\right)$

12. 〔多选〕(2026·江苏南京六校联考)已知实数 a,b,c 满足 $a>b>c$，且 $a+b+c=0$，则下列说法正确的是（　　）

A. $\frac{1}{a-c}>\frac{1}{b-c}$

B. $a-c>2b$

C. $a^2>b^2$

D. $ab+bc>0$

13. (2026·海南海口模拟)已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a,b,c，且满足 $b+c\leqslant 3a$，则 $\frac{c}{a}$ 的取值范围为_____.

14. (15分)若 $a>b>0$，$c<d<0$，$|b|>|c|$.

(1)求证：$b+c>0$；

(2)求证：$\frac{b+c}{(a-c)^2}<\frac{a+d}{(b-d)^2}$；

(3)在(2)的不等式中，能否找到一个代数式，满足 $\frac{b+c}{(a-c)^2}<$所求式$<\frac{a+d}{(b-d)^2}$？若能，请直接写出该代数式；若不能，请说明理由.

拓广探索

15. 〔创新设问〕在一次调查中，某班甲、乙、丙、丁四名同学在社区服务的月总时长之间有如下关系：甲、丙服务时长之和等于乙、丁服务时长之和，甲、乙服务时长之和大于丙、丁服务时长之和，丁的服务时长大于乙、丙服务时长之和，则这四名同学按照服务时长从大到小的顺序排列为（　　）

A. 甲、丁、乙、丙　　B. 丁、甲、乙、丙　　C. 丁、乙、丙、甲　　D. 乙、甲、丙、丁

2027版
三维设计
高中总复习
数学
参考答案与详解
复习讲义部分

复习讲义部分

第一章　集合、常用逻辑用语与不等式

第 1 节　集合

【夯实必备知识】

知识梳理

1. (1)确定性　互异性　无序性　(2)属于　不属于　$\in$　$\notin$　(3)列举法　描述法　图示法　(4)正整数　$\mathbf{N}$　$\mathbf{Z}$　有理数
2. 任意一个　$A\subseteq B$　$A\subsetneq B$
3. $\{x\mid x\in A$，或 $x\in B\}$　$\{x\mid x\in A$，且 $x\in B\}$　$\{x\mid x\in U$，且 $x\notin A\}$

诊断自测

1. (1)×　(2)×　(3)×　(4)×
2. C　3. A　4. AB　5. $(2,+\infty)$

【研透核心考点】

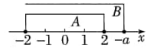
考点 1

1. D　2. C　3. D　4. -1

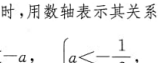
考点 2

【例 1】　(1)B　(2)D　解析：(1)对于集合 N，因为 $x=k+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(2k+1)$，$k\in\mathbf{Z}$，所以集合 N 是由所有奇数的一半组成，而集合 M 是由所有整数的一半组成，故 $N\subsetneq M$.

(2)由 $x^2-4\leqslant 0$ 可得 $A=[-2,2]$，由 $x+a\leqslant 0$ 可得 $B=(-\infty,-a]$，又 $A\subseteq B$，用数轴表示其关系如图，所以 $2\leqslant -a$，即 $a\leqslant -2$.



变式　$[-2,+\infty)$　解析：由 $B\subseteq A$，当 $B=\varnothing$ 时，$a+1\geqslant -a$，则 $a\geqslant -\frac{1}{2}$；当 $B\neq\varnothing$ 时，用数轴表示其关系如图，所以 $\begin{cases}a+1<-a,\\-a\leqslant 2,\\a+1>-2,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a<-\frac{1}{2},\\a\geqslant -2,\\a>-3,\end{cases}$ 得 $a\in\left[-2,-\frac{1}{2}\right)$. 综上所述，$a$ 的取值范围为 $[-2,+\infty)$.



训练 1　(1)B　(2)B　解析：(1)由题意，得 $0\in B$. 又 $B=\{1,a-2,2a-2\}$，所以 $a-2=0$ 或 $2a-2=0$，即 $a=2$ 或 $a=1$. 当 $a=2$ 时，此时 $A=\{0,-2\}$，$B=\{1,0,2\}$，不满足 $A\subseteq B$，舍去. 当 $2a-2=0$ 时，$a=1$，此时 $A=\{0,-1\}$，$B=\{1,-1,0\}$，满足 $A\subseteq B$. 综上所述，$a=1$. 故选 B.

(2)$A=\{1,2\}$，$B=\{0,1,2,3,4\}$，因为 $A\subsetneq C\subseteq B$，所以 $1,2\in C$，所以集合 C 的个数等于集合 $\{0,3,4\}$ 的非空子集个数，故集合 C 的个数为 $2^3-1=7$.

考点 3

【例 2】　(1)D　(2)A　解析：(1)由题可得 $B=\{-1,0,1\}$，所以 $A\cap B=\{0,1\}$. 故选 D.

(2)因为 $B=\{y\mid y=2^x,x\in\mathbf{R}\}$，所以 $B=(0,+\infty)$. 而题图中白色部分表示 $A\cup B=[-1,+\infty)$，故阴影部分所对应的集合为 $\complement_{\mathbf{R}}(A\cup B)=(-\infty,-1)$. 故选 A.

【例 3】　(1)D　(2)A　解析：(1)$A=\{x\mid 2x-a\leqslant 0\}=\left\{x\,\middle|\,x\leqslant\frac{a}{2}\right\}$，因为 $A\cap B=\varnothing$，所以 $\frac{a}{2}<1$，解得 $a<2$，即 a 的取值范围为 $(-\infty,2]$. 故选 D.

(2)因为 $B=\{x\mid x>a\}$，所以 $\complement_{\mathbf{R}}B=\{x\mid x\leqslant a\}$，又 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=A$，所以 $A\subseteq(\complement_{\mathbf{R}}B)$，又 $A=\{x\mid x<2\}$，所以 $a^2\leqslant a$，解得 $0\leqslant a\leqslant 1$，即实数 a 的取值范围是 $[0,1]$.

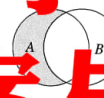
训练 2　(1)A　(2)D　解析：(1)因为 $U=\{1,2,3,4\}$，$M\cup N=\{1,2,3,4\}$，$N=\{1,2\}$，所以 $\complement_U N=\{3,4\}$，集合 M 必含有元素 3，4，元素 1，2 可任取或不取，所以 $M\cap(\complement_U N)=\{3,4\}$. 故选 A.

(2)因为 $A=\{x\mid x^2-x-6\leqslant 0\}=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid x<a\}$，$A\cup B=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant 3\}$，画出数轴如图所示，所以 $-2\leqslant a\leqslant 3$. 故选 D.



考点 4

【例 4】　(1)A　(2)7（答案不唯一）　解析：(1)如图所示，$A-B$ 表示图中阴影部分，$A-B=C$，所含元素属于 C，不属于 A 或 B.



(2)向思维，即 A 中元素都减去 2 得到集合 $D=\{0,2,4,5,7\}$，B 中的元素都加上 2 得到集合 $E=\{3,4,5,6,7,10\}$. 因此集合 C 是集合 D 和集合 E 的公共元素所组成的集合 $G=\{4,6,7\}$ 的非空子集，故这样的集合 C 有 7 个，答案不唯一，如 $C=\{4,7\}$.

训练 3　$\{2\,026,2\,027\}$　解析：通过对表中集合关系的分析，可以发现规律：集合 A 表示的是 A，B 中的元素去掉 -2 后 $A\cap B$ 中元素，又当 $A=\{2\,026,2\,027\}$ 时，$B=\{2\,026,2\,027,2\,028\}$，$A\cap B=\{2\,026,2\,027\}$.

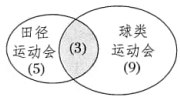
衔接教材

教材母题　解：法一　用集合 A 表示田径运动会参赛的学生，用集合 B 表示球类运动会参赛的学生，则 $A\cap B=\{x\mid x$ 是两次运动会都参赛的学生$\}$，$A\cup B=\{x\mid x$ 是所有参赛的学生$\}$，$\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)=8+12-3=17$.

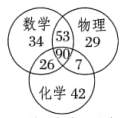
故在两次运动会中，这个班共有 17 名同学参赛.

法二　由题意画出 Venn 图，如图所示.

故在两次运动会中，这个班共有 $5+3+9=17$ 名同学参赛.



【例】　B　法一　由题意画出 Venn 图，如图所示，则参加竞赛的学生总人数是 $34+53+26+90+29+42=281$.



法二　由题意，设 A,B,C 分别表示参加数学竞赛、物理竞赛和化学竞赛的学生构成的集合，则 $\mathrm{card}(A)=203$，$\mathrm{card}(B)=179$，$\mathrm{card}(C)=165$，$\mathrm{card}(A\cap B)=143$，$\mathrm{card}(B\cap C)=97$，$\mathrm{card}(A\cap C)=116$，$\mathrm{card}(A\cap B\cap C)=90$，因此 $\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(B\cap C)-\mathrm{card}(A\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)=203+179+165-143-97-116+90=281$. 所以参加竞赛的学生总人数是 281.

第 2 节　常用逻辑用语

【夯实必备知识】

知识梳理

1. 充分　必要　充分不必要　必要不充分　充要　既不充分也不必要
2. (1)$\forall$　(2)$\exists$
3. $\forall x\in M,p(x)$　$\exists x\in M,p(x)$　$\exists x\in M,\neg p(x)$　$\forall x\in M,\neg p(x)$

诊断自测

1. (1)×　(2)√　(3)√　(4)√
2. C　3. D　4. 存在一个等边三角形，它不是等腰三角形　5. 充分

【研透核心考点】

考点 1

1. C　2. B　3. A　4. D

考点 2

教材母题　1. (1)充分条件　(2)必要条件　(3)充要条件

2. 解：因为 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的充分不必要条件，所以 $A\subsetneq B$，所以 $a<3$，故 a 的取值范围为 $(-\infty,3)$.

【例】　B　法一　由 $\frac{1}{x}>1$ 可得 $x(x-1)<0$，解得 $0<x<1$，即 $A=\{x\mid 0<x<1\}$，$B=\{x\mid x>m\}$，若 p 是 q 的充分条件，则 $A\subseteq B$，所以 $m\leqslant 0$，所以实数 m 的取值范围是 $(-\infty,0]$.

变式 2　B　由 $|x-a|<1$ 解得 $a-1<x<1+a$，所以 $a-1<x<1+a$ 成立的一个充分不必要条件是 $\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}$，故 $\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\right\}\subsetneq\{x\mid a-1<x<1+a\}$，所以 $\begin{cases}a-1\leqslant\frac{1}{2},\\a+1>\frac{3}{2},\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a-1<\frac{1}{2},\\a+1\geqslant\frac{3}{2},\end{cases}$ 解得 $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant\frac{3}{2}$，故实数 a 的取值范围是 $\left\{a\,\middle|\,\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant\frac{3}{2}\right\}$. 故选 B.

训练 1　(1)C　(2)A　解析：(1)不等式 $2x^2-5x-3<0$ 的解集是 $\left(-\frac{1}{2},3\right)$，观

课时跟踪检测部分

第一章　集合、常用逻辑用语与不等式

第 1 节　集合

1. C　2. B　3. B　4. A　5. C

6. B　易知题图中阴影部分表示的集合为 $(\complement_U B)\cap A$，因为 $\log_2 x\leqslant 2=\log_2 4$，所以 $A=\{x\mid 0<x\leqslant 4\}$，因为 $B=\{x\mid 1<x<5\}$，所以 $\complement_U B=\{x\mid x\leqslant 1 \text{ 或 } x\geqslant 5\}$，所以 $(\complement_U B)\cap A=\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$. 故选 B.

7. CD　由 $(x-2)(x-1)\leqslant 0$，解得 $1\leqslant x\leqslant 2$，所以 $A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$，$\complement_R A=\{x\mid x<1 \text{ 或 } x>2\}$. 由 $B=\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$，$\complement_R B=\{x\mid x\leqslant 1 \text{ 或 } x>3\}$，所以 $(\complement_R A)\cap B=\{x\mid 2<x\leqslant 3\}\neq B$，故 A 错误；$(\complement_R B)\cup A=\{x\mid x\leqslant 2 \text{ 或 } x>3\}$，故 B 错误；又 $A\cap B=\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$，所以 $A\cap B$ 是 $\{x\mid 1<x<3\}$ 的真子集，故 C 正确；$(\complement_R B)\cup(\complement_R A)=\{x\mid x\leqslant 2 \text{ 或 } x>2\}$，故 D 正确.

8. $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$(答案不唯一)

9. 0 或 2

10. C　由题，$z=-1-1+1=-1$；$z=-1+0+1=0$；$z=-1+1+1=1$；$z=0-1+1=0$；$z=0+0+1=1$；$z=0+1+1=2$；$z=1-1+1=1$；$z=1+0+1=2$；$z=1+1+1=3$. 故 $B=\{-1,0,1,2,3\}$，其真子集的个数为 $2^5-1=31$. 故选 C.

11. A　在阴影部分区域内任取一个元素 x，则 $x\in A\cap B$ 或 $x\in\complement$，故阴影部分所表示的集合为 $(A\cap B)\cup(\complement$. 故选 A.

12. AD　因为 $M\subseteq N$，所以 $M\cap N=M$，$M\cup N=N$，则 A 正确，B 错误；又 I 为全集，集合 M，$N\subseteq I$，则 $(\complement_I M)\supseteq(\complement_I N)$，$(\complement_I N)\cap M=\varnothing$，C 错误，D 正确.

13. $[0,+\infty)$　**解析**：由 $A\cap B=\varnothing$，得：①若 $2m\geqslant 1-m$，即 $m\geqslant\frac{1}{3}$ 时，$B=\varnothing$，符合题意；②若 $2m<1-m$，即 $m<\frac{1}{3}$ 时，因为 $A\cap B=\varnothing$，所以 $\begin{cases}m<\frac{1}{3},\\ 1-m\leqslant -1 \text{ 或 } 2m\geqslant 3,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}m<\frac{1}{3},\\ 2m\geqslant 3,\end{cases}$ 解得 $0\leqslant m<\frac{1}{3}$. 综上，$m\geqslant 0$.

14. 240　**解析**：设选择其中一项活动的人数为 $\mathrm{card}(A)$，选择另一项活动的人数为 $\mathrm{card}(B)$，则同时选择两项活动的人数为 $\mathrm{card}(A\cap B)$. 根据题意，$\begin{cases}1\,200\times 60\%\leqslant\mathrm{card}(A)\leqslant 1\,200\times 65\%,\\ 1\,200\times 50\%\leqslant\mathrm{card}(B)\leqslant 1\,200\times 55\%,\end{cases}$ 则 $1\,320\leqslant\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)\leqslant 1\,440$，又 $\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)=1\,200$，所以 $120\leqslant\mathrm{card}(A\cap B)\leqslant 240$.

15. BCD　对于 A 项，$A\cap B=\{1\}$ 是 1 元集，故 A 错误；对于 B 项，$A\cup B=\{-2,-1,0,1,2\}$，则 $A\cup B$ 的 2 元子集有 $C_5^2=10$ 个，故 B 正确；对于 C 项，$\{xy\mid x\in A,y\in B\}=\{2,-1,-2,0,1\}$ 是 5 元集，故 C 正确；对于 D 项，$\{(x,y)\mid x\in A,y\in B\}$ 有 3×3=9 个元素，因为 $\{(x,y)\mid x\in A,y\in B\}$ 表示的点都在圆 $x^2+y^2=5$ 上或圆内，故 $\{(x,y)\mid x\in A,y\in B\}$ 是 $\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 5,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$ 的子集，则 $\{(x,y)\mid x\in A,y\in B\}$ 是 $\{(x,y)\mid$ [illegible] $y^2\leqslant 5,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$ 的 9 元子集，故 D 正确. 故选 B、C、D.

第 2 节　常用逻辑用语

1. C　2. D　3. D　4. A

5. C　若 $a>b>0$，则 $ab>0$，所以 $\frac{1}{ab}>0$，所以 $a\cdot\frac{1}{ab}>b\cdot\frac{1}{ab}$，所以 $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$，即 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$；若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，因为 $ab>0$，所以 $\frac{1}{a}\cdot ab<\frac{1}{b}\cdot ab$，即 $b<a$，故“$a>b>0$”是“$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”的充要条件. 故选 C.

6. BD　7. 存在一个素数不是奇数

8. $x<-1$(答案不唯一)

9. $[-2,0]$　[illegible] 为 [illegible] 对于方程 $x^2+2x+a=0$，$\Delta=4-4\times 1\times a\leqslant 0$，解得 $a\geqslant 1$. 由 [illegible] 为真命题，可得 $x\in[1,2]$，$2^x\geqslant a$ 恒成立，因为 $2^x>0$ 恒成立，所以 $a\leqslant 0$. 综上所述，实数 a 的取值范围为 $[-2,0]$.

10. B　[illegible] 写为 $\exists n\in\mathbf{N}$，$n^2>2^n$ 的否定，则 [illegible] 否定形式为“$\exists n\in\mathbf{N}$，$n^2\leqslant 2^n$”.

11. D　$|x-1|\leqslant 2$，$-1\leqslant x\leqslant 3$，即 p：$-1\leqslant x\leqslant 3$. $\because q$：$x\leqslant 1-a$ 或 $x\geqslant 1+a$，$\therefore\neg q$：$1-a<x<1+a$. $\because p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件，$\therefore\begin{cases}a>0,\\ 1-a\geqslant -1,\\ 1+a\leqslant 3,\end{cases}$ 解得 $0<a\leqslant 2$，$\therefore$ 实数 a 的取值范围是 $(0,2]$.

12. C　选项 A：“开关 A 闭合”是“灯泡 B 亮”的充分不必要条件，选项 B：“开关 A 闭合”是“灯泡 B 亮”的必要不充分条件，选项 C：“开关 A 闭合”是“灯泡 B 亮”的充要条件，选项 D：“开关 A 闭合”是“灯泡 B 亮”的既不充分也不必要条件. 故选 C.

13. ABD　对于 A，若 $xc^2>yc^2$，则 $c^2\neq 0$，且 $x>y$，反之 $x>y$，当 $c=0$ 时得不出 $xc^2>yc^2$，所以“$xc^2>yc^2$”是“$x>y$”的充分不必要条件，故 A 正确；对于 B，由 $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}<0$ 可得 $y<x<0$，即能推出 $x>y$；但 $x>y$ 不能推出 $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}<0$(因为 x，y 的正负不确定)，所以“$\frac{1}{x}<\frac{1}{y}<0$”是“$x>y$”的充分不必要条件，故 B 正确；对于 C，由 $|x|>|y|$ 可得 $x^2>y^2$，则 $(x+y)(x-y)>0$，不能推出 $x>y$；由 $x>y$ 也不能推出 $|x|>|y|$(如 $x=1$，$y=-2$)，所以“$|x|>|y|$”是“$x>y$”的既不充分也不必要条件，故 C 错误；对于 D，若 $\ln x>\ln y$，则 $x>y$，反之 $x>y$ 得不出 $\ln x>\ln y$，所以“$\ln x>\ln y$”是“$x>y$”的充分不必要条件，故 D 正确.

14. $(-\infty,0)$　**解析**：由题意知，当 $x\in[1,4]$ 时，$f(x)_{\min}=f(1)=2$，$g(x)_{\max}=g(4)=2+m$，则 $f(x)_{\min}>g(x)_{\max}$，即 $2>2+m$，解得 $m<0$. 故实数 m 的取值范围是 $(-\infty,0)$.

15. [illegible]　**解析**：同时开放 A，B，需 120 s，同时开放 B，C，需 220 s，故 A 疏散比 C 快；同时开放 B，C，需 220 s，同时开放 C，D，需 160 s，故 D 疏散比 B 快；同时开放 C，D，需 160 s，同时开放 D，E，需 140 s，故 E 疏散比 C 快；同时开放 [illegible] 需 140 s，同时开放 A，E，需 220 s，故 [illegible] 疏散比 A 快；同时开放 A，E，需 220 s，同时开放 A，B，需 120 s，故 B 疏散比 E 快；综上所述，D 疏散最快.

第 3 节　等式性质与不等式性质

1. A　2. A　3. D　4. D　5. A　6. ABD

7. 90　8. -1，1(答案不唯一)

9. **解**：(1)由 $-3\leqslant a+b\leqslant 2$，$-1\leqslant a-b\leqslant 4$，两式相加得 $-4\leqslant 2a\leqslant 6$，则 $-2\leqslant a\leqslant 3$.

由 $-1\leqslant a-b\leqslant 4$，得 $-4\leqslant b-a\leqslant 1$，又 $-3\leqslant a+b\leqslant 2$，相加得 $-7\leqslant 2b\leqslant 3$，$-\frac{7}{2}\leqslant b\leqslant\frac{3}{2}$.

综上，实数 a 的取值范围是 $[-2,3]$，实数 b 的取值范围是 $\left[-\frac{7}{2},\frac{3}{2}\right]$.

(2)设 $3a-2b=m(a+b)+n(a-b)=(m+n)\cdot a+(m-n)b$，则 $\begin{cases}m+n=3,\\ m-n=-2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=\frac{1}{2},\\ n=\frac{5}{2},\end{cases}$ $\therefore 3a-2b=\frac{1}{2}(a+b)+\frac{5}{2}(a-b)$.

$\because -2\leqslant a+b\leqslant 3$，$-1\leqslant a-b\leqslant 4$，$\therefore -\frac{5}{2}\leqslant\frac{1}{2}(a+b)\leqslant\frac{3}{2}$，$-\frac{5}{2}\leqslant\frac{5}{2}(a-b)\leqslant 10$，则 $-4\leqslant 3a-2b\leqslant 11$.

$\therefore 3a-2b$ 的取值范围是 $[-4,11]$.

10. A　因为实数 m，n，p 满足 $m=4e^{\frac{3}{e^2}}$，$n=5e^{\frac{2}{e^3}}$，$p=\frac{18}{e^2}$，则 $m>0$，$n>0$，$p>0$，所以 $\frac{m}{n}=\frac{4e^{\frac{3}{e^2}}}{5e^{\frac{2}{e^3}}}=\frac{4}{5}\cdot e^{-\frac{1}{15}}<1$，所以 $m<n$；又 $\frac{m}{p}=\frac{4e^{\frac{3}{e^2}}}{\frac{18}{e^2}}=\frac{2}{9}\cdot e^{\frac{13}{e^2}}>1$，所以 $m>p$. 所以 $p<m<n$.

11. B　原式分子和分母同时除以 x，得 $\frac{x}{x-2y}=\frac{1}{1-\frac{2y}{x}}$，由条件得 $2<-2y<$

2027版
三维设计
高中总复习
数学
参考答案与详解
课时跟踪检测