赵礼显 主编

赵礼显数学

高考数学必会1500题

显哥严选好题

靶向训练，精准掌握高考必会知识

全题型多角度

一题多解，刷透显哥备考核心方法

南方传媒
全国优秀出版社
全国百佳图书出版单位
广东教育出版社

前言 Preface

大家好，我是显哥。深耕高考数学教学多年，我已陪伴无数高中学子走完高考之路，很开心以这样的形式和大家相见。

当下新高考数学命题灵活度持续大幅提升，命题愈发侧重对多维核心能力的考查。首先，看重考点融合的模块综合能力，偏爱跨章节、跨板块联动出题，贴合真实情境，融合多个考点设置试题；其次，看重随机应变的题型变通能力，大量真题改编，衍生多重变式；再次，看重一题多解的思辨能力，同一题目允许使用通法、巧法、数形结合等多种解法作答；最后，深挖溯源固本的解题底层逻辑，考查学生读懂命题意图、拆解题干条件、推导解题思路的核心素养。

时代在变化，高考也在变化。然而，高三了，很多同学依然分不清题型底层考法，读不透命题设问角度，只会死记固定解题步骤，耗费大量备考时间，数学分数难以突破。你，是否被这样的现状困扰？别怕，显哥来了。显哥深知同学们备考的困惑与渴求，所以结合全国学情，我将多年教学经验及对高考命题逻辑的研究凝练为本书 1500 余道精选题目，从题目筛选编排到深度解析、一题多解，带你跳出无效题海，牢牢掌握高考解题内核。

70+ 高考必考知识模块

深挖教材主干定义、高考高频核心考点，按照知识难易程度、高考考查权重分级排布，扫清函数、几何、数列、概率等各大板块知识盲区，打通章节知识壁垒，帮学生搭建闭环完整、适配模考与高考的数学知识网络。

100+ 经典必考题型

对标历年模拟考试、真题命题逻辑，细分考点与题型，逐题拆解出题逻辑、多重设问角度、高频易错陷阱，还原命题人出题思路，全面覆盖模考、各类题型，吃透所有考法变式。

1500+ 分层优质好题

历经多轮筛选淘汰，彻底剔除偏题、怪题、老旧废题、超纲难题，每一道题目均对标模拟考试与高考真题，贴合真题难度、命题语言、出题逻辑，适配学情，既能夯实基础，也能冲刺高分，是刷题备考的不二选择。

详尽的一题多解

各章经典题、高频题拆解常规通法、巧解妙法多元化解题思路，如三角函数、平面向量、立体几何、圆锥曲线、数列、导数、排列组合等章节不少试题可多法求解。多种解法可以开阔解题思路，强化知识模块间的综合与关联，有助于解题能力提升。鉴于本书篇幅，除给出的经典解题方法外，我们还总结了部分题目的更多拓展解法，并且在题目序号后面用闪亮的钻石 💎 作为标记，欢迎同学们扫描下方二维码领取。

本书编排逻辑贴合高中生循序渐进的认知规律，搭建由易到难、逐步进阶的刷题体系，适配全阶段学生，努力让每位学生吃透标准解法，拿到基础分值，补齐解题短板，优化答题步骤，减少考场失分；活用一题多解思路，筛选最优解法，缩短答题时间，攻克压轴难题，拿下高分。

高三备考从不是孤军奋战，数学提分从不靠天赋运气，选对优质习题、掌握多元解题方法、遵从科学刷题节奏，就是数学逆袭的最优捷径。这本书凝结了显哥多年授课心得、无数学子备考反馈、历年高考命题研判经验，是沉淀多年的匠心备考之作，如今写给每一个想要突破数学短板、冲刺高分的高三学子。愿大家以本书为备考抓手，依托全模块筑牢根基，吃透题型，摸清考法，活用一题多解，掌握高考命题逻辑，卸下数学备考焦虑。

笔锋所至，梦想开花，祝愿各位考生深耕所学，稳步进阶，考场落笔从容，不负日夜耕耘，圆梦理想院校！

扫码领取
更多一题多解



2026 年 7 月

目录 CONTENTS

第 1 章　集合与常用逻辑用语

模块一　集　合……003
题型 1　子集、真子集……003
题型 2　集合的运算……003
模块二　常用逻辑用语……005
题型 1　充分条件、必要条件……005
题型 2　全称量词与存在量词……006
真题特训……008

第 2 章　一元二次函数、方程和不等式

模块一　等式的性质与不等式的性质……011
模块二　常见不等式的解法……011
题型 1　一元二次不等式的解法……011
题型 2　一元二次方程根的分布……012
题型 3　分式不等式的解法……012
题型 4　绝对值不等式的解法……012
题型 5　高次不等式的解法……013
题型 6　含参不等式的解法……013
模块三　基本不等式……014
题型 1　基本不等式求最值……014
题型 2　基本不等式常考题型……014
题型 3　三角换元求最值……016
题型 4　柯西不等式……017
题型 5　权方和不等式……017
模块四　高考常考两大不等式……018
题型 1　糖水不等式……018
题型 2　三角不等式……019
模块五　恒成立、能成立问题……019
真题特训……020

第 3 章　函　数

模块一　函数的定义及三要素……023
题型 1　函数的定义域……023
题型 2　函数的解析式……023
题型 3　函数的值域……024

模块二 高考必须掌握的函数图象及性质 025
模块三 函数的性质 029
题型 1 单调性 029
题型 2 奇偶性 031
题型 3 对称性 034
题型 4 周期性 036
题型 5 抽象函数的赋值问题 038
题型 6 涉及导数的抽象函数的性质 039
模块四 函数的零点问题 040
真题特训 043

第 4 章 三角函数

模块一 角的基本概念、弧长与扇形面积公式 047
模块二 同角三角函数与诱导公式 048
题型 1 三角函数的定义及同角三角函数的基本关系 048
题型 2 诱导公式及应用 049
模块三 三角恒等变换 050
题型 1 和差角公式 050
题型 2 倍角公式和半角公式 051
题型 3 辅助角公式 052
题型 4 积化和差、和差化积公式 053
题型 5 常见拓展公式 053
模块四 三角函数的图象与性质 054
题型 1 三角函数图象的变换 054
题型 2 三角函数图象的性质 057
题型 3 三角函数常见的最值问题 059
题型 4 三角函数综合性问题 061
真题特训 063

第 5 章 平面向量 解三角形

模块一 平面向量的基本概念及线性运算 067
题型 1 三角形法则、平行四边形法则及平面向量基本定理 067
题型 2 平面向量的共线问题 069
题型 3 等和线问题 070
模块二 平面向量的数量积 071
模块三 奔驰定理与三角形四心问题 073
模块四 向量的综合性问题 075
模块五 解三角形 076
题型 1 正弦定理、余弦定理及其简单应用 076

题型 2 正弦定理、余弦定理题型拓展 …… 078
题型 3 解三角形综合性解答题 …… 080
真题特训 …… 087

第 6 章 复 数

模块一 复数的四则运算 …… 091
模块二 复数与平面向量 …… 092
模块三 常见易错易混概念 …… 093
模块四 复数集内的一元二次（三次）方程的根 …… 093
模块五 *复数的三角形式与指数形式 …… 094
真题特训 …… 096

第 7 章 立体几何与空间向量

模块一 空间中点、直线、平面之间的位置关系 …… 100
题型 1 空间中点、直线、平面之间的位置关系 …… 100
题型 2 直线、平面平行的判定与性质 …… 101
题型 3 直线、平面垂直的判定与性质 …… 103
题型 4 点在平面内的投影问题 …… 105
模块二 空间几何体的直观图、表面积与体积 …… 105
题型 1 空间几何体的直观图 …… 105
题型 2 简单几何体的表面积与体积 …… 105
题型 3 割补法求几何体的体积 …… 106
题型 4 利用祖暅原理求几何体的体积 …… 107
模块三 球 …… 109
题型 1 外接球问题 …… 109
题型 2 内切球、棱切球问题 …… 111
模块四 截面与展开问题 …… 112
题型 1 截面问题 …… 112
题型 2 展开问题 …… 113
模块五 空间向量与立体几何 …… 113
题型 1 空间向量的线性与数量积运算 …… 113
题型 2 空间向量的共线、共面问题 …… 114
题型 3 空间向量的应用 …… 114
模块六 空间中的三大角 …… 115
题型 1 异面直线所成的角 …… 115
题型 2 线面角 …… 116
题型 3 二面角 …… 117
模块七 空间中的距离问题 …… 118
模块八 立体几何综合性大题 …… 120

模块九 翻折与轨迹等综合性问题 126
真题特训 129

第 8 章 直线和圆的方程

模块一 直线与方程 133
题型 1 直线的倾斜角、斜率 133
题型 2 直线的方程 133
题型 3 直线系方程 135
题型 4 距离问题 136
题型 5 直线的位置关系 136
题型 6 对称问题 136
模块二 圆 138
题型 1 圆的定义与方程 138
题型 2 直线与圆的相切问题 138
题型 3 直线与圆的相交问题 139
题型 4 圆与圆的位置关系 140
题型 5 阿氏圆及各种隐圆问题 141
题型 6 曼哈顿距离等常见的几何意义及最值问题 142
题型 7 圆系方程 143
真题特训 145

第 9 章 圆锥曲线

模块一 椭圆、双曲线的三大定义 150
模块二 焦半径与焦点弦长问题 152
模块三 焦点三角形问题 154
模块四 双曲线的渐近线问题 159
模块五 抛物线常考题型 162
模块六 中点弦问题 166
模块七 圆锥曲线的光学性质 169
模块八 圆锥曲线的旋转问题 170
模块九 圆锥曲线解答题常考题型与常用技巧 171
题型 1 弦长问题 171
题型 2 面积问题，定值、定点问题 174
题型 3 非对称韦达定理 183
题型 4 圆锥曲线的相切问题 186
题型 5 定比点差法 189
题型 6 曲线系方程 192
真题特训 194

第 10 章　数 列

模块一　等差数列及常考题型 …… 201
模块二　等比数列及常考题型 …… 205
模块三　求数列通项公式的方法 …… 207
模块四　求数列的前 n 项和的方法 …… 211
模块五　数列的性质 …… 217
模块六　数列的简单放缩 …… 218
题型 1　常见放缩方法 …… 218
题型 2　放缩后成等比数列 …… 221
模块七　数列的跨章节综合 …… 223
真题特训 …… 226

第 11 章　导 数

模块一　导数的运算 …… 230
题型 1　导数的四则运算 …… 230
题型 2　复合函数求导 …… 230
题型 3　抽象函数求导 …… 230
模块二　导数的几何意义 …… 231
题型 1　在点问题 …… 231
题型 2　过点问题 …… 231
题型 3　曲线最值问题 …… 231
题型 4　公切线问题 …… 232
题型 5　切线的综合性问题 …… 232
模块三　函数的单调性问题 …… 233
题型 1　不含参函数的单调性 …… 233
题型 2　含参函数的单调性 …… 233
题型 3　多次求导研究函数的单调性 …… 235
题型 4　含三角函数的分段讨论法 …… 236
题型 5　已知函数的单调性求参数 …… 238
模块四　函数的极值与最值问题 …… 238
题型 1　极值的概念 …… 238
题型 2　已知极值求参数 …… 239
题型 3　最值问题 …… 241
模块五　考频极高的三类小题 …… 242
题型 1　求导逆运算构造原函数 …… 242
题型 2　利用导数比较大小 …… 243
题型 3　同构问题 …… 244
模块六　三次函数常考题型总结 …… 246

模块七 隐零点与零点问题……247
题型 1 隐零点的虚设与代换……247
题型 2 零点综合性大题……248
模块八 恒成立与能成立问题……252
模块九 多变量问题……257
模块十 利用导数证明不等式……263
真题特训……266

第 12 章 排列组合与二项式定理

模块一 排列组合……273
模块二 二项式定理……276
题型 1 系数问题……276
题型 2 二项式系数问题……278
题型 3 赋值问题……278
题型 4 余数问题……279
真题特训……280

第 13 章 概率与统计

模块一 统 计……283
题型 1 随机抽样……283
题型 2 用样本估计总体……283
模块二 概 率……285
题型 1 随机事件与概率……285
题型 2 古典概型……286
题型 3 事件的相互独立性……287
模块三 条件概率与全概率公式……288
题型 1 条件概率……288
题型 2 乘法公式……289
题型 3 全概率公式和贝叶斯公式……290
模块四 离散型随机变量的分布列与数字特征……292
题型 1 分布列的概念与数字特征……292
题型 2 两点分布和二项分布……293
题型 3 超几何分布……295
模块五 正态分布……296
模块六 成对数据的统计分析……299
题型 1 回归分析……299
题型 2 独立性检验……301
模块七 高考概率综合性问题……303
真题特训……307

第1章 集合与常用逻辑用语

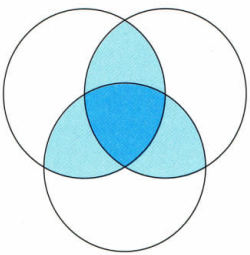
高考数学必会清单

1 集 合

- ☐ 子集、 真子集
- ☐ 集合的运算

2 常用逻辑用语

- ☐ 充分条件、 必要条件
- ☐ 全称量词与存在量词



基本方法

1 集合中元素的三个特性：确定性、互异性、无序性.

2 描述法的常见形式：$A=\{x\mid y=\sqrt{2x-x^2}\}=[0,2]$；$B=\{y\mid y=\sqrt{2x-x^2}\}=[0,1]$；$C=\{(x,y)\mid y=\sqrt{2x-x^2}\}$，$C$ 表示函数 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 的图象上所有点构成的集合.

3 元素与集合的关系：属于与不属于，记作 $a\in A$，$a\notin A$.

4 集合间的基本关系：①包含关系，记作 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$)；不包含关系，记作 $A\not\subseteq B$.
②真包含关系，记作 $A\subsetneq B$(或 $B\supsetneq A$). ③集合相等，记作 $A=B$.

5 子集的性质：①$A\subseteq A$. ②若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

6 空集的性质：①只有一个子集，即它本身. ②$\varnothing\subseteq A$. ③若 $A\neq\varnothing$，则 $\varnothing\subsetneq A$，反之也成立.

7 0，$\{0\}$，$\varnothing$，$\{\varnothing\}$的关系：① $0\in\{0\}$，$\varnothing\subseteq\{0\}$，但 $0\notin\varnothing$. ②$\varnothing\in\{\varnothing\}$，$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$.

8 子集、元素的个数：①一个有 $n(n\geqslant 1)$ 个元素的集合有 2^n 个子集，有 (2^n-1) 个真子集，有 (2^n-1) 个非空子集，有 (2^n-2) 个非空真子集. ②集合 A 中有 n 个元素，集合 C 中有 m 个元素：当 $A\subseteq B\subseteq C$ 时，满足条件的集合 B 的个数为 2^{m-n}；当 $A\subsetneq B\subseteq C$ 时，满足条件的集合 B 的个数为 $2^{m-n}-1$；当 $A\subsetneq B\subsetneq C$ 时，满足条件的集合 B 的个数为 $2^{m-n}-2(m-n\geqslant 2)$.

9 集合间的运算性质：①$A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap B=B\cap A$. ②$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cup B=B\cup A$. ③$\complement_U(\complement_U A)=A$，$A\cap\complement_U A=\varnothing$，$A\cup\complement_U A=U$($U$ 为全集). ④$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$. ⑤若 A，B，C 均为有限集，则 $\operatorname{card}(A\cup B)=\operatorname{card}(A)+\operatorname{card}(B)-\operatorname{card}(A\cap B)$，$\operatorname{card}(A\cup B\cup C)=\operatorname{card}(A)+\operatorname{card}(B)+\operatorname{card}(C)-\operatorname{card}(A\cap B)-\operatorname{card}(A\cap C)-\operatorname{card}(B\cap C)+\operatorname{card}(A\cap B\cap C)$.

10 充分条件、必要条件的判断：①先分清条件和结论，条件推结论为充分性，结论推条件为必要性. ②若条件及结论能转化为同一变量所属集合，则小范围能推大范围，大范围不能推小范围.

11 全称量词命题与存在量词命题

量词	常见量词	表示符号	命题	命题简记	命题的否定
全称量词	所有、任意、每一个、任给等	$\forall$	全称量词命题	$\forall x\in M$，$p(x)$	$\exists x\in M$，$\neg p(x)$
存在量词	存在一个、至少有一个、有一个、某个、有些、某些等	$\exists$	存在量词命题	$\exists x\in M$，$p(x)$	$\forall x\in M$，$\neg p(x)$

模块一　集　合

题型 1　子集、真子集

解析见 D001

1. 已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{x|-1<x<k\}$，且 $A\subseteq B$，则实数 k 的值可以为(　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

2. 设集合 $N=\left\{x\left|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$M=\left\{x\left|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则(　　)

A. $M\subseteq N$　　B. $N\subseteq M$

C. $M=N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

3. 已知集合 $A=\{-1,5\}$，$B=\{-1,m+1,m^2+1\}$．若 $A\subseteq B$，则实数 m 的取值集合为(　　)

A. $\{4\}$　　B. $\{-2,2\}$

C. $\{2,4\}$　　D. $\{-2,2,4\}$

4. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x-10\leqslant 0\}$，$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$．若 $B\subsetneq A$，则 m 的取值范围是(　　)

A. $\{m|m<2\}$　　B. $\{m|2\leqslant m<3\}$

C. $\{m|m\leqslant 3\}$　　D. $\{m|2<m\leqslant 3\}$

5. 设集合 $A=\{x|x^2-8x+15=0\}$，集合 $B=\{x|ax-1=0\}$．若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值集合的真子集的个数为(　　)

A. 2　　B. 4

C. 7　　D. 8

6. (多选)已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{0,1,2,3,4\}$，集合 C 满足 $A\subsetneq C\subseteq B$，则(　　)

A. $1\in C$，$2\in C$

B. 集合 C 可以为 $\{1,2\}$

C. 集合 C 的个数为 7

D. 集合 C 的个数为 8

题型 2　集合的运算

解析见 D002

7. 已知全集 $U=\{-1,0,1,2\}$，集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{0,1\}$，则 $\complement_U(A\cap B)=$(　　)

A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{-1,0\}$

C. $\{-1,2\}$　　D. $\{-1\}$

8. 集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{3,4\}$，则 $\left(\complement_U A\right)\cap\left(\complement_U B\right)=$(　　)

A. $\{5,6\}$　　B. $\{1,2,4,5,6\}$

C. $\{1,2,5,6\}$　　D. $\{3,4,5,6\}$

9. (多选)若集合 $A=\left\{x\middle|x=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，集合 $B=\left\{x\middle|x=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，集合 $C=\left\{x\middle|x=2k\pi-\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则下列说法正确的是(　　)

A. $B\cap C=\varnothing$　　B. $A\cap B=B$

C. $A\cup C=C$　　D. $B\cup C=A$

10. 已知集合 $A=\{x|3^x\leqslant 2^x\}$，$B=\{x|x^2+2x-3<0\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A. $(-1,0]$　　B. $[1,3)$

C. $(0,1)$　　D. $(-3,0]$

11. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $P=\{x|x^2-2x-3>0\}$，$Q=\{x|x^2-(2t+1)x+(t^2+t)\leqslant 0\}$．若 $\left(\complement_U P\right)\cap Q=Q$，则(　　)

A. $-3\leqslant t\leqslant 0$　　B. $-1\leqslant t\leqslant 2$

C. $-2\leqslant t\leqslant 2$　　D. $-1\leqslant t\leqslant 3$

12. 已知集合 $M=\{x|x^2-2x+a\leqslant 0\}$，$N=\{x|y=\ln(x-4)\}$．若 $\left(\complement_{\mathbf{R}} M\right)\cap N=(4,+\infty)$，则 a 的取值范围是(　　)

A. $(-8,-4]$　　B. $(-8,+\infty)$

C. $[-4,+\infty)$　　D. $[-8,+\infty)$

13. 已知集合 $A=\{x|y=\log_2(1-2x)\}$，$B=\{y|y=2^x\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

C. $(0,+\infty)$　　D. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

14. 已知集合 $A=\{2,a+2\}$，$B=\{1,2,a^2\}$．若 $A\cup B=B$，则实数 a 的值为(　　)

A. -1　　B. 0

C. 2　　D. 2 或 -1

15. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+6\leqslant 0\}$，$B=\{x|2m<x<1-m\}$，$m\in\mathbf{R}$. 若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 m 的取值范围是_____.

16. 某校高一年级组织趣味运动会，其中“毛毛虫”和“两人三足”两个比赛项目深受学生喜爱，报名踊跃. 已知某班学生参加“毛毛虫”的人数是该班全体人数的 $\frac{1}{4}$，参加“两人三足”的人数比参加“毛毛虫”的人数多 2，两个项目都参加的人数比两个项目都不参加的人数少 26. 该班参加“两人三足”比赛的人数是_____.

17. 某公司为了增强凝聚力，举行羽毛球、乒乓球、网球三项比赛，共有 80 名员工参赛，其中参加羽毛球比赛的有 40 名，参加乒乓球比赛的有 45 名，参加网球比赛的有 30 名，同时参加羽毛球、乒乓球比赛的有 20 名，同时参加乒乓球、网球比赛的有 15 名，同时参加羽毛球、网球比赛的有 10 名，则这三项比赛都参加的员工人数是_____.

模块二　常用逻辑用语

题型 1　充分条件、必要条件

解析见 D003

1. 已知 $A=\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x|a-1\leqslant x<a+4\}$. 若 $x\in B$ 是 $x\in A$ 的必要不充分条件，则实数 a 的取值范围是(　　)

A. $[-1,2]$　　B. $(-1,2)$

C. $(0,1)$　　D. $(-1,2]$

2. 在 $\triangle ABC$ 中，“$\cos 2A=\cos 2B$”是“$\triangle ABC$ 为等腰三角形”的(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. 已知 $x\in\mathbf{R}$，p：$|x-2|<1$，q：$1<x<5$，则 p 是 q 的(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 设 $x\in\mathbf{R}$，则不等式 $|x-3|<2$ 成立的一个充分不必要条件是(　　)

A. $1<x<5$　　B. $x>0$

C. $x<4$　　D. $2<x<3$

5. 不等式 $2|x+2|+|x-1|\geqslant 5$ 成立的一个必要不充分条件是(　　)

A. $x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 0$　　B. $x\geqslant 0$

C. $x\leqslant -\frac{8}{3}$ 或 $x\geqslant 0$　　D. $x\geqslant 1$

6. 若“$x>2a^2-3$”是“$1\leqslant x\leqslant 4$”的必要不充分条件，则实数 a 的取值范围是(　　)

A. $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　　B. $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$

C. $(-1,1)$　　D. $[-1,1]$

题型2　全称量词与存在量词

解析见D005

7. 下列命题中，既是全称量词命题，又是真命题的是(　　)

A. $\forall x\in\mathbf{R}$，$e^{-x+2}\geqslant 0$

B. $\exists x\in\mathbf{R}$，$x+|x|\leqslant 0$

C. 任何实数都有算术平方根

D. 任意两个无理数之和仍为无理数

8. 下列是存在量词命题且是真命题的是(　　)

A. $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2\geqslant 0$

B. $\exists x,y\in\mathbf{R}$，$x^2+y^2<0$

C. $\forall x\in\mathbf{N}$，$x^2\in\mathbf{N}$

D. $\exists x\in\mathbf{Z}$，$x^2>0$

9. 命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x+1>\sin x$”的否定是(　　)

A. $\exists x\in\mathbf{R}$，$2^x+1>\sin x$

B. $\exists x\in\mathbf{R}$，$2^x+1\leqslant\sin x$

C. $\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x+1<\sin x$

D. $\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x+1\leqslant\sin x$

10. 命题“$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+x-1>0$”的否定是(　　)

A. $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x-1>0$

B. $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x-1\leqslant 0$

C. $\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+x-1<0$

D. $\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+x-1\leqslant 0$

赵礼显 主编

赵礼显数学

高考数学

必会

1500题

答案与解析·上册

扫码领取
更多一题多解

南方传媒
全国优秀出版社
全国百佳图书出版单位
广东教育出版社

目录 CONTENTS

上册

第 1 章　集合与常用逻辑用语

模块一　集　合……D001
题型 1　子集、真子集……D001
题型 2　集合的运算……D002
模块二　常用逻辑用语……D003
题型 1　充分条件、必要条件……D003
题型 2　全称量词与存在量词……D005
真题特训……D006

第 2 章　一元二次函数、方程和不等式

模块一　等式的性质与不等式的性质……D008
模块二　常见不等式的解法……D009
题型 1　一元二次不等式的解法……D010
题型 2　一元二次方程根的分布……D011
题型 3　分式不等式的解法……D012
题型 4　绝对值不等式的解法……D012
题型 5　高次不等式的解法……D013
题型 6　含参不等式的解法……D014
模块三　基本不等式……D015
题型 1　基本不等式求最值……D015
题型 2　基本不等式常考题型……D016
题型 3　三角换元求最值……D021
题型 4　柯西不等式……D022
题型 5　权方和不等式……D023
模块四　高考常考两大不等式……D024
题型 1　糖水不等式……D024
题型 2　三角不等式……D025
模块五　恒成立、能成立问题……D026
真题特训……D027

第 1 章　集合与常用逻辑用语

模块一　集　合

快速对答案

1. D　2. B　3. C　4. C　5. C　6. AC　7. C
8. A　9. ABD　10. D　11. B　12. D　13. D
14. C　15. $[-1, +\infty)$　16. 16　17. 10

题型 1　子集、真子集

1. D【解析】因为集合 $A=\{1, 2\}$，集合 $B=\{x\mid -1<x<k\}$，且 $A\subseteq B$，所以有 $\begin{cases}-1<1<k,\\-1<2<k,\end{cases}$ 解得 $k>2$. 只有 D 项满足该条件，故选 D.

2. B【解析】根据 $k\in\mathbf{Z}$ 得，$k=2n-1$ 或 $k=2n$，且 $n\in\mathbf{Z}$，进而得出集合 M 与集合 N 的关系.

已知 $k\in\mathbf{Z}$，由此得 $k=2n-1$ 或 $k=2n$，且 $n\in\mathbf{Z}$，

所以 $M=\left\{x\middle|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}, k\in\mathbf{Z}\right\}=\left\{x\middle|x=\frac{n}{2}+\frac{1}{4}\text{或}x=\frac{n}{2}+\frac{1}{2}, n\in\mathbf{Z}\right\}$，

显然集合 N 中的元素都在集合 M 中但集合 M 中 $\left\{x\middle|x=\frac{n}{2}+\frac{1}{2}, n\in\mathbf{Z}\right\}$ 这部分元素不在集合 N 中，所以 $N\subseteq M$. 故选 B.

3. C【解析】由 $5\in B$，解出所有可能的 m 值，再利用集合元素的互异性筛选.

因为集合 $A=\{-1, 5\}$，$B=\{-1, m+1, m^2+1\}$，若 $A\subseteq B$，则集合 A 中的元素都是集合 B 中的元素，但集合 B 中的元素未必都是集合 A 的元素，已知 $-1\in B$，故只需满足 $5\in B$，即有 $m+1=5$ 或 $m^2+1=5$，解得 $m=4$ 或 $m=\pm2$，经检验，$m=-2$ 时，集合 B 中有重复元素，不符合题意，所以实数 m 的取值集合为 $\{2, 4\}$. 故选 C.

4. C【解析】不等式 $x^2-3x-10\leqslant0$ 的解集为 $\{x\mid -2\leqslant x\leqslant5\}$，

故 $A=\{x\mid x^2-3x-10\leqslant0\}=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant5\}$.

当 $B=\varnothing$ 时，有 $m+1>2m-1$，解得 $m<2$，满足 $B\subsetneq A$.

当 $B\neq\varnothing$ 时，有 $\begin{cases}m+1\leqslant2m-1,\\m+1\geqslant-2,\\2m-1<5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m+1\leqslant2m-1,\\m+1>-2,\\2m-1\leqslant5,\end{cases}$

解得 $2\leqslant m\leqslant3$.

综上，m 的取值范围是 $\{m\mid m\leqslant3\}$. 故选 C.

5. C【解析】一元二次方程 $x^2-8x+15=0$ 的解为 3，5，所以集合 $A=\{3, 5\}$.

集合 $B=\{x\mid ax-1=0\}=\{x\mid ax=1\}$.

已知 $B\subseteq A$，当 $B=\varnothing$ 时，$a=0$；

当 $B\neq\varnothing$ 时，$a\neq0$ 且 $B=\left\{\frac{1}{a}\right\}$，则有 $\frac{1}{a}=3$ 或 $\frac{1}{a}=5$，解得 $a=\frac{1}{3}$ 或 $a=\frac{1}{5}$.

综上，a 的取值集合为 $\left\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$，该集合有 3 个元素，故其真子集的个数为 $2^3-1=7$.

故选 C.

6. AC【解析】因为集合 $A=\{1, 2\}$，$B=\{0, 1, 2, 3, 4\}$，又 $A\subsetneq C\subseteq B$，所以 $1\in C$，$2\in C$，故 A 正确.

当 $C=\{1, 2\}$ 时，不满足 $A\subsetneq C$，故 B 错误.

集合 C 的个数等价于集合 $\{0, 3, 4\}$ 的非空子集的个数，所以集合 C 的个数为 $2^3-1=7$，故 C 正确，D 错误. 故选 AC.

显哥总结

若某个集合中有 n 个元素，则它有 2^n 个子集，2^n-1 个真子集.

若集合 A 中有 n 个元素，集合 C 中有 m 个元素，且 $n<m$，则：当 $A\subseteq B\subseteq C$ 时，满足要求的集合 B 有 2^{m-n} 个；当 $A\subsetneq B\subseteq C$ 时，满足要求的集合 B 有 $(2^{m-n}-1)$ 个；当 $A\subsetneq B\subsetneq C$ 时，满足要求的集合 B 有 $(2^{m-n}-2)$ 个.